

# Perde ve çerçevelerden oluşan yapıların göçme güvenliğinin belirlenmesi

Emel Yükseliş CENGİZ\*, Ahmet Işın SAYGUN

İTÜ İnşaat Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, 34469, Ayazağa, İstanbul.

## Özet

Yeni bir perde sonlu eleman modeli ve bu elemanlar uygulanarak yalnız perdelerden, perde - çerçevelerden oluşan, çok katlı, üç boyutlu, kat düzlemleri içinde rijit hareket yapan yapı sistemlerinin ideal elasto - plastik malzeme kabulü ile hesabına yönelik bir yöntem geliştirilmiştir. Sistemlerin sabit düşey ve artan yatay yükler etkisinde yük artımı yöntemiyle hesabı yapılmakta, göçme yükü bulunmaktadır. Çubuk elemanlarda plastik mafsal hipotezi uygulanırken, perde elemanların düğüm noktalarında belirli bir  $\epsilon_e$  sınırının aşılması durumunda plastikleşmenin oluştuğu kabul edilmiştir. Matris yerdeğiştirme yöntemiyle hesap yapılırken göçme güvenliğinin belirlenebilmesi için, plastik yerdeğiştirmeler ilave bilinmeyenler olarak alınıp sistem rijitlik matrisine satır-kolon eklenerek çözüm yapılmıştır.

**Anahtar kelimeler:** Perde sonlu eleman, elasto-plastik, göçme yatay yük parametresi, plastik mafsal hipotezi.

## Determination of collapse safety of shear walled and framed structures

### Abstract

A new finite wall element model and a method for calculation of multi-stories, with three dimensions, only shear walled or shear walled – framed structures using finite shear wall elements, assumed ideal elasto – plastic material is developed. The floor slabs can be assumed to be infinitely rigid in their own planes. The collapse load for the system subjected to factored constant gravity loads and proportionally increasing lateral loads is calculated with a method of load increments. The displacement functions over the element is determined as a cubic variation along the storey height and linear variation in horizontal direction because of the rigid behavior of the floor slab. Using this element, in case of walls are chosen as only one element in every floor, correct solutions are obtained. Because of the rigid behavior of the floor slabs, the number of unknowns are reduced substantially. While in framed structures, classical plastic hinge hypothesis is used, in nodes of wall elements if vertical deformation parameter is exceeded  $\epsilon_e$ , this node is accepted as a plastic node. While the system is calculated with matrix displacement method, for determined of collapse safety, plastic displacements are taken as additional unknowns, rows and columns are added to the system stiffness matrix.

**Keywords :** Finite shear wall element, elasto-plastic materials, horizontal collapse load parameter, plastic hinge hypothesis.

\*Yazışmaların yapılacağı yazar: Emel Yükseliş CENGİZ. eycengiz@ibb.gov.tr; Tel: (532) 603 16 69.

Bu makale, birinci yazar tarafından İTÜ İnşaat Fakültesi'nde tamamlanmış olan "Yeni bir perde sonlu eleman modeli ve çok katlı perde – çerçeveli yapı sistemlerinin göçme güvenliğinin belirlenebilmesi için yük artımı yöntemi" adlı doktora tezinden hazırlanmıştır. Makale metni 21.06.2004 tarihinde dergiye ulaşmış, 21.07.2004 tarihinde basım kararı alınmıştır. Makale ile ilgili tartışmalar 31.12.2005 tarihine kadar dergiye gönderilmelidir.

## Giriş

Literatürde, çok katlı yapıların malzeme bakımından lineer olmayan davranışının dikkate alındığı çalışmaların genellikle çubuk elemanlar üzerine yapıldığı (İrtem, 1991; Girgin, 1996); perde elemanların da çubuk elemanlara dönüştürülerek idealleştirildiği görülmüştür (Taşkın, 2001).

Çubuk elemanlarda, lineer olmayan şekil değiştirmelerin yayılı olmadığı, plastik mafsal denilen belirli kesitlerde toplandığını kabul eden plastik mafsal hipotezine göre çözüm üretilmektedir. Büyük perdelerin veya U, L, V, T şeklindeki perdelerin tek bir çubuk eleman olarak alınması uygun olmayıp, perdelerin bölge bölge akma sınırına eriştiğinin kabulü uygun olacaktır.

Malzemenin doğrusal olmayan davranışının göz önüne alındığı elasto plastik teoriye göre yapılan çözümlerde, malzemenin lineer elastik sınırdan sonraki taşıma kapasitesinden yararlanılmaktadır.

Çok katlı yapılarda döşemelerin kendi düzlemleri içinde rijit kabul edilmesi, bilinmeyen sayısını azalttığından hesabı kolaylaştırmaktadır.

## Yeni bir perde sonlu eleman modeli

Geliştirilen perde sonlu elemana ait kabulleri şu şekilde sıralayabiliriz:

a) Her düğüm noktasında 6 yerdeğiştirme parametresi olmak üzere toplam 24 serbestlik derecesi bulunmaktadır.

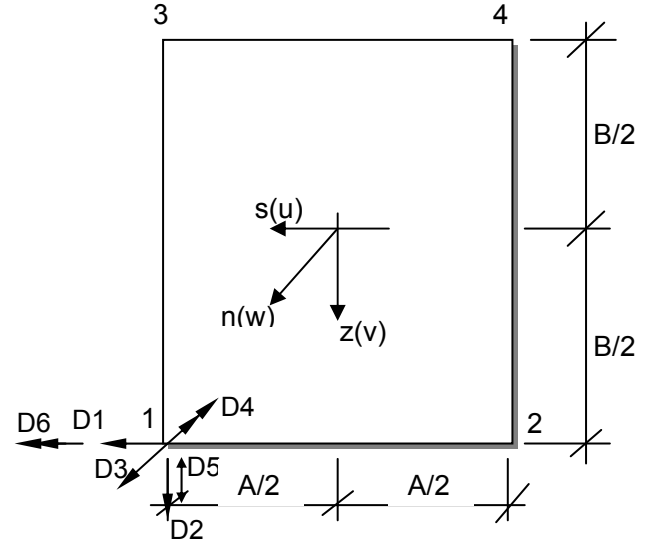
b) Yerdeğiştirme fonksiyonlarının seçiminde, kat döşemelerinin düzlemleri içinde rijit harekete neden olduğu göz önüne alınıp yatayda (s doğrultusunda) lineer, kat yüksekliği boyunca (z doğrultusunda) kübik değişim, kabulü yapılmıştır.

## Perde elemana ait eksen takımı, uç kuvvetler, yerdeğiştirme parametreleri

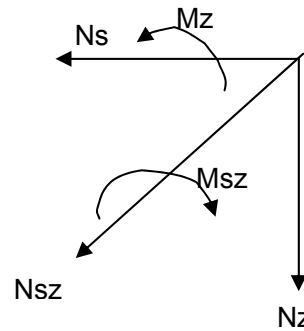
Şekil 1’de eleman, boyutları, eksen takımı, düğüm noktası yerdeğiştirme parametreleri gösterilmiştir. Düğüm noktası uç kuvvetleri de düğüm noktası yerdeğiştirme parametreleri gibi aynı

doğrultu ve yönde seçilmiş olup, Şekil 2’de gösterilmiştir. Burada s ve z eleman düzlemi içindeki eksenler olup bu doğrultulardaki yerdeğiştirme bileşenleri u ve v dir. n ise eleman düzlemine dik eksen olup bu doğrultudaki yerdeğiştirme bileşeni w dir. Düğüm noktaları yerdeğiştirme parametrelerinin alt alta yazılması ile oluşan kolon matris  $[d]_i$  ve eleman tüm serbestliklerinin matris formunda ifadesi  $[d]$ ; ( $i=1, \dots, 4$ )

$$[d]_i = \begin{bmatrix} U_i \\ V_i \\ W_i \\ \beta_{n_i} = \partial u / \partial z \\ \epsilon_{z_i} = \partial v / \partial z \\ \beta_{z_i} = \partial w / \partial z \end{bmatrix} \quad [d] = \begin{bmatrix} [d]_1 \\ [d]_2 \\ [d]_3 \\ [d]_4 \end{bmatrix} \quad (1)$$



Şekil 1. Sonlu eleman, boyutları, eksen takımı, yerdeğiştirme parametreleri



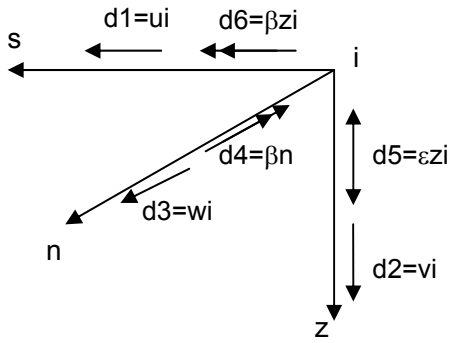
Şekil 2. Sonlu eleman düğüm noktası iç kuvvetleri

(1) deki gibi yazılabilir. Düğüm noktası yerdeğiştirme parametrelerinin pozitif yönleri Şekil 3'te gösterilmiştir.

### Perde elemana ait rijitlik ve gerilme matrislerinin hesabı

Yapılan kabule göre, yerdeğiştirme fonksiyonları (2) deki şekilde belirlenmiştir.

$$\begin{aligned} U(s,z) &= (a_1' + a_2' \cdot s) \cdot (a_1 + a_2 \cdot z + a_3 \cdot z^2 + a_4 \cdot z^3) \\ V(s,z) &= (b_1' + b_2' \cdot s) \cdot (b_1 + b_2 \cdot z + b_3 \cdot z^2 + b_4 \cdot z^3) \\ W(s,z) &= (c_1' + c_2' \cdot s) \cdot (c_1 + c_2 \cdot z + c_3 \cdot z^2 + c_4 \cdot z^3) \end{aligned} \quad (2)$$



Şekil 3. Düğüm noktası yerdeğiştirme parametrelerinin pozitif yönleri

Serbestlik derecelerinin ayrı ayrı birim değerleri için yerdeğiştirme bileşenlerinin eleman yüzeyinde yayılışını belirleyen şekil fonksiyonları s ve z değişkenine göre lineer veya kübik fonksiyonların çarpımı şeklindedir. Bu yardımcı fonksiyonların açık ifadeleri ve sınır şartları Saygun (1979) da verilmiştir. Elemanda yerdeğiştirme bileşenlerinin (u, v, w) yayılışı eleman serbestliklerine bağlı olarak; (3) bağıntısı ile verilebilir. Burada [Ad] matrisinin her kolonu karşı geldiği serbestliğin birim değerinde elemanda yerdeğiştirme bileşenlerinin yayılış fonksiyonlarını göstermektedir.

$$[U] = [u \ v \ w]^T = [Ad] \cdot [d] \quad (3)$$

Yerdeğiştirme yayılışları için yukarıda açıklanan kabullere göre, s ve z değişkenleri cinsinden yazılan yardımcı fonksiyonlar ile [Ad] matrisi belirlenir. Şekil 1'de gösterilen düğüm noktası serbestliklerine karşı gelen [Ad] matrisi (10) da verilmiştir. Burada  $l_i(s)$  uçlarda birim değerler

alan lineer değişimi,  $f_i(z)$ ,  $g_i(z)$  sırasıyla uçlardaki birim çökme ve birim dönmelere karşı gelen kübik değişimleri göstermektedir.

### Şekildeğiştirme matrisinin hesabı

Düzlemsel elemanlarda, deformasyon ve eğriliklerin yerdeğiştirme bileşenleri cinsinden, Kartezyen koordinatlardaki ifadeleri klasik elastisite teorisinden şu şekilde yazılmaktadır:

$$\begin{aligned} \epsilon_s &= \partial u / \partial s & \chi_s &= -\partial^2 w / \partial s^2 \\ \epsilon_z &= \partial v / \partial z & \chi_z &= -\partial^2 w / \partial z^2 \\ \gamma_{sz} &= \partial v / \partial s + \partial u / \partial z & \tau &= -\partial^2 w / \partial s \partial z \end{aligned} \quad (4)$$

Yerdeğiştirme parametrelerinin s doğrultusunda değişimi lineer olduğundan  $\chi_s = 0$  olur. Elemanın herhangi bir noktasındaki şekildeğiştirmeler ve yerdeğiştirmeler arasındaki bağıntı matris formunda :

$$[\epsilon] = \begin{bmatrix} \epsilon_s \\ \epsilon_z \\ \gamma_{sz} \\ \chi_z \\ \tau \end{bmatrix} = [\partial] \cdot [U] = \begin{bmatrix} \partial / \partial s & 0 & 0 \\ 0 & \partial / \partial z & 0 \\ \partial / \partial z & \partial / \partial s & 0 \\ 0 & 0 & -\partial^2 / \partial z^2 \\ 0 & 0 & -\partial^2 / \partial s \partial z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (5)$$

şeklinde yazılabilir. Yerdeğiştirme bileşenlerinin yerine (3) deki ifadeler yazılırsa,

$$[\epsilon] = [\partial] [U] \quad (6)$$

$$[\epsilon] = [\partial] [Ad] [d] = [B] [d] \quad (7)$$

elde edilir. Burada [B] matrisinin her bir kolonu birim yerdeğiştirme durumlarında göz önüne alınan şekildeğiştirme bileşenlerinin eleman üzerinde yayılışını göstermektedir. Özel olarak [B] matrisinde s ve z değişkenlerine düğüm noktalarının koordinatları yazılırsa, düğüm noktalarında birim durumlara karşı gelen şekildeğiştirme bileşenleri bulunabilir.  $[\epsilon_d]$  kolon matrisinin sırasıyla düğüm noktaları şekildeğiştirme matrislerinin alt alta yazılmasından oluştuğu tanımı yapılırsa,

$$[\epsilon_d] = [B_d] [d] \quad (8)$$

$$[B_d] = [ [B]_1 \ [B]_2 \ [B]_3 \ [B]_4 ]^T \quad (9)$$

$$\begin{array}{c}
 \mathbf{u} \quad \mathbf{v} \quad \mathbf{w} \\
 \left[ \begin{array}{ccc|c}
 I_1(s).f_1(z) & 0 & 0 & \mathbf{d1} \\
 0 & I_1(s).f_1(z) & 0 & \mathbf{d2} \\
 0 & 0 & I_1(s).f_1(z) & \mathbf{d3} \\
 I_1(s).g_1(z) & 0 & 0 & \mathbf{d4} \\
 0 & I_1(s).g_1(z) & 0 & \mathbf{d5} \\
 0 & 0 & -I_1(s).g_1(z) & \mathbf{d6} \\
 I_2(s).f_1(z) & 0 & 0 & \mathbf{d7} \\
 0 & I_2(s).f_1(z) & 0 & \mathbf{d8} \\
 0 & 0 & I_2(s).f_1(z) & \mathbf{d9} \\
 I_2(s).g_1(z) & 0 & 0 & \mathbf{d10} \\
 0 & I_2(s).g_1(z) & 0 & \mathbf{d11} \\
 0 & 0 & -I_2(s).g_1(z) & \mathbf{d12} \\
 I_1(s).f_2(z) & 0 & 0 & \mathbf{d13} \\
 0 & I_1(s).f_2(z) & 0 & \mathbf{d14} \\
 0 & 0 & I_1(s).f_2(z) & \mathbf{d15} \\
 I_1(s).g_2(z) & 0 & 0 & \mathbf{d16} \\
 0 & I_1(s).g_2(z) & 0 & \mathbf{d17} \\
 0 & 0 & -I_1(s).g_2(z) & \mathbf{d18} \\
 I_2(s).f_2(z) & 0 & 0 & \mathbf{d19} \\
 0 & I_2(s).f_2(z) & 0 & \mathbf{d20} \\
 0 & 0 & I_2(s).f_2(z) & \mathbf{d21} \\
 I_2(s).g_2(z) & 0 & 0 & \mathbf{d22} \\
 0 & I_2(s).g_2(z) & 0 & \mathbf{d23} \\
 0 & 0 & -I_2(s).g_2(z) & \mathbf{d24}
 \end{array} \right] \quad (10)
 \end{array}$$

yazılabilir. Burada  $[B_d]$  20 satır ve 24 kolonlu bir matris olacaktır. Yerdeğiştirme fonksiyonlarından hareket ederek,  $[B_d]$  matrisi hesaplanır.

### Düğüm noktalarına ait iç kuvvetler (gerilme) matrisinin hesabı

Sonlu elemanın herhangi bir noktasındaki kesit tesirleri matris formunda ve lineer elastik malzeme kabulü ile o noktadaki şekildeğiştirme bileşenlerine göre,

$$[N] = [N_s \ N_z \ N_{sz} \ M_z \ M_{sz}]^T \quad (11)$$

$$[N] = [D] \cdot [[\varepsilon] - [\varepsilon_t]] \quad (12)$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $[\varepsilon_t]$  eğer varsa, sistemdeki düzgün veya farklı sıcaklık değişiminden kaynaklanan şekildeğiştirmeleri göstermektedir.  $[D]$  elastisite matrisi izotrop malzeme kabulüne göre seçilmiştir.

### Eleman bağımsız alt rijitlik matrisleri

Dengede olan bir cismin, herhangi bir yer ve şekildeğiştirmesinde iç kuvvetlerin işi dış kuv-

vetlerin işine eşittir. Virtüel iş teoremine göre, sisteme etkileyen dış etkileri ve bunların sonucu oluşan iç kuvvetleri yükleme durumu, her yerdeğiştirme parametresinin birim değeri için sistemin şekildeğiştirmesini virtüel deplasman durumu olarak alıp, iç kuvvetlerin işini dış kuvvetlerin işine eşitlersek, i nci serbestlik için,

$$\iint [\varepsilon]_i^T \cdot [D] \cdot [[\varepsilon] - [\varepsilon_t]] \cdot dA = \iint [U]_i^T \cdot [q] \cdot dA \quad (13)$$

elde edilir. Bu formülde:

$[q]$  :Sisteme etkileyen dış yükleri

$[\varepsilon]$  :Dış etkiler altında sistemin bir noktasında oluşacak şekildeğiştirme bileşenlerini

$[U]_i$  :i. serbestlik derecesinin birim değerinde sistemde oluşacak yerdeğiştirme bileşenlerinin yayılışını göstermektedir.

Sistemin dış etkiler altındaki denge durumunun toplam n adet serbestlik derecesine karşı gelen birim durumların lineer kombinezonu olduğu kabulü ile, yukarıdaki (13) denklemi,

$$\begin{aligned}
 k_{ij} &= \iint [\varepsilon]_i^T \cdot [D] \cdot [\varepsilon]_j \cdot dA = \iint [\varepsilon]_i^T \cdot [N]_j \cdot dA \\
 p_{i,o} &= \iint [U]_i^T \cdot [q] \cdot dA \\
 p_{i,t} &= \iint [\varepsilon]_i^T \cdot [D] \cdot [\varepsilon_t] \cdot dA
 \end{aligned} \quad (14)$$

kısaltmalarla,

$$\sum_{j=1}^N k_{ij} \cdot d_j = p_{i,o} + p_{i,t} \quad (15)$$

haline gelir. Sistemin her serbestlik değerinin birim durumuna karşı gelen eşitlikler matris formunda yazılırsa,

$$[K] \cdot [d] = [P]_o + [P]_t \quad (16)$$

denklem takımı elde edilir. Bu denklem takımında,  $[K]$  sistem rijitlik matrisini,  $[d]$  serbestlik değerlerinin alt alta yazılması ile oluşan bilinmeyenler kolon matrisini,  $[P]_o$  dış yüklerle ait kolon yükleme matrisini,  $[P]_t$  sıcaklık değişimine karşı gelen sabitler matrisini göstermektedir. Yukarıda açıklanan virtüel iş teoremine dayanarak elde edilen iş ifadeleri (eleman rijitlik, yükleme ve sıcaklık değişimi matrisleri), sistemi oluşturan bütün sonlu elemanlar için

ayrı ayrı hesaplanacak, sisteme ait olan rijitlik, yüklem ve sıcaklık değişimi matrisleri, matris yerdeğiştirme yöntemi ile toplanıp yukarıda ifade edilen (16) denklem takımı elde edilecektir. Eleman rijitlik matrisinin satır ve sütun sayısı eleman deplasman parametresi sayısına eşit bir kare matris olacaktır. Buna göre eleman rijitlik matrisi matris formunda (17) ile ifade edilir.

$$[K]=\int\int [Ad]^T \cdot [\partial]^T \cdot [D] \cdot [\partial] \cdot [Ad] \cdot dA \quad (17)$$

### Rijitlik matrisinin bulunması

[Ad] matrisinin ifadeleri s ve z değişkenleri cinsinden yardımcı fonksiyonlarının çarpımı yardımı ile bulunur. [K] eleman rijitlik matrisi, her iki doğrultuda ayrı ayrı integrallerin hesaplanması ile tablolaştırılabilir. Eleman rijitlik matrisi ,

$$[K] = \begin{bmatrix} [K]_{11} & [K]_{12} & [K]_{13} & [K]_{14} \\ [K]_{21} & [K]_{22} & [K]_{23} & [K]_{24} \\ [K]_{31} & [K]_{32} & [K]_{33} & [K]_{34} \\ [K]_{41} & [K]_{42} & [K]_{43} & [K]_{44} \end{bmatrix} \quad (18)$$

şeklinde (6X6) kare alt matrislere ayrılabilir. Buradaki  $[K]_{ij}$  alt matrisleri, j düğüm noktasının serbestliklerinin birim değerlerinde i düğüm noktasında oluşacak uç kuvvetlerini vermektedir.

### Alt rijitlik matrislerinin hesabında kullanılan dönüştürme matrisleri

Betti karşılıklı teoremi geçerlidir. Ayrıca sonlu elemanın s ve z eksenlerine göre simetrik olmasından dolayı alt matrisler arasında ilave bağıntılar verilebilir. z=0 eksenine göre simetri şartı için [Ts], s=0 eksenine göre simetri şartı için [Tz] matrisleri verilebilir.

$$[Ts] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$[Tz] = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

Simetrik iki yerdeğiştirme durumuna karşı gelen uç kuvvetlerinin de simetrik olması gerekmektedir.

*Perde sonlu elemana ait diğer alt matrislerin hesabı* - Betti karşılıklı teoremi ve eleman simetrisi nedeni ile eleman rijitlik matrisinin terimlerinin bulunabilmesi için sadece  $[K]_{11}$ ,  $[K]_{12}$ ,  $[K]_{13}$ ,  $[K]_{14}$  alt matrislerinin integral yoluyla bulunması yeterli olup, eleman rijitlik matrisinin esas köşegeni ve üzerindeki diğer alt matrisler, bu bağımsız alt matrislerden ve dönüştürme matrislerinden yararlanılarak, (21) deki şekilde yazılabilir.

$$\begin{aligned} [K]_{33} &= [Ts] \cdot [K]_{11} \cdot [Ts] \\ [K]_{34} &= [Ts] \cdot [K]_{12} \cdot [Ts] \\ [K]_{22} &= [Tz] \cdot [K]_{11} \cdot [Tz] \\ [K]_{24} &= [Tz] \cdot [K]_{13} \cdot [Tz] \\ [K]_{44} &= [Tz] \cdot [K]_{33} \cdot [Tz] \end{aligned} \quad (21)$$

Bu bağımsız dört adet alt matris,

$$\begin{aligned} k_1 &= (1-\nu) \cdot a/b \\ k_2 &= (1-\nu) \cdot b/a \\ k_3 &= (\nu + (1-\nu)/2) \\ k_4 &= h^2 \cdot (1-\nu)/a \cdot b \\ k_5 &= (\nu - (1-\nu)/2) \\ k_6 &= (1-\nu) \cdot a \cdot b \\ k_7 &= h^2 \cdot (1-\nu)/24 \end{aligned} \quad (22)$$

kısaltmaları yapılarak, (23) de verilmiştir.

### Perdelerin elasto-plastik davranışının incelenmesi

Perdelerin düzlemi içindeki gerilmeleri irdelendiğinde döşemelerin kat hizasında rijit diyafram etkisi yaratmasına bağlı olarak  $\sigma_s$  yatay normal gerilmelerin kat hizasında sıfır, kat aralarında ihmal edilecek düzeyde çok küçük olacağı söylenebilir. Ayrıca çok basık olmayıp, kesme kuvvetlerinin kesitlerin kesme kuvveti taşıma kapasitesine yakın çok büyük değerler olmadığı çok katlı yapı perdelerinde kayma gerilmelerinin kesitlerin normal kuvvet ve moment taşıma kapasitesine etkisi azalmaktadır. (Çakıroğlu ve Özer, 1980). Bu bakımdan kayma gerilmeleri etkisi de terk edilerek perdelerde ideal elasto-plastik malzeme davranışının Şekil 4' teki gibi

Perde çerçevesi yapılarında göçme güvenliği

$$[K]_{11} = Eh/(1-\nu^2) \begin{bmatrix} \frac{13b}{35a} + \frac{k_1}{5} & \frac{k_3}{4} & 0 & \frac{-11b^2}{210a} - \frac{k_6}{60b} & \frac{bk_5}{20} & 0 \\ \frac{2a}{5b} + \frac{13k_2}{70} & 0 & 0 & \frac{-bk_5}{20} & \frac{-a}{30} - \frac{11k_2b}{420} & 0 \\ \frac{h^2a}{3b^3} + \frac{6k_7}{5ab} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{h^2a}{6b^2} + \frac{k_7}{10a} \\ \frac{b^3}{105a} + \frac{k_6}{45} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \text{simetrik} & & & & \frac{2ba}{45} + \frac{k_2b^2}{210} & 0 \\ & & & & & \frac{h^2a}{9b} + \frac{2k_7b}{15a} \end{bmatrix} \quad (23a)$$

$$[K]_{12} = Eh/(1-\nu^2) \begin{bmatrix} \frac{-13b}{35a} + \frac{k_1}{10} & \frac{k_5}{4} & 0 & \frac{11b^2}{210a} - \frac{k_6}{120b} & \frac{bk_3}{20} & 0 \\ \frac{-k_5}{4} & \frac{a}{5b} - \frac{13k_2}{70} & 0 & \frac{bk_3}{20} & \frac{-a}{60} + \frac{11k_2b}{420} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{h^2a}{6b^3} - \frac{6k_7}{5ab} & 0 & 0 & \frac{h^2a}{12b^2} - \frac{k_7}{10a} \\ \frac{11b^2}{210a} - \frac{k_6}{120b} & \frac{-bk_3}{20} & 0 & \frac{-b^3}{105a} + \frac{k_6}{90} & 0 & 0 \\ \frac{-bk_3}{20} & \frac{-a}{60} + \frac{11k_2b}{420} & 0 & 0 & \frac{ba}{45} - \frac{k_2b^2}{210} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{h^2a}{12b^2} - \frac{k_7}{10a} & 0 & 0 & \frac{h^2a}{18b} - \frac{2k_7b}{15a} \end{bmatrix} \quad (23b)$$

$$[K]_{13} = Eh/(1-\nu^2) \begin{bmatrix} \frac{9b}{70a} - \frac{k_1}{5} & \frac{-k_5}{4} & 0 & \frac{13b^2}{420a} - \frac{k_6}{60b} & \frac{-bk_5}{20} & 0 \\ \frac{k_5}{4} & \frac{-2a}{5b} + \frac{9k_2}{140} & 0 & \frac{bk_5}{20} & \frac{-a}{30} + \frac{13k_2b}{840} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-h^2a}{3b^3} - \frac{6k_7}{5ab} & 0 & 0 & \frac{h^2a}{6b^2} + \frac{k_7}{10a} \\ \frac{-13b^2}{420a} + \frac{k_6}{60b} & \frac{bk_5}{20} & 0 & \frac{-b^3}{140a} - \frac{k_6}{180} & \frac{b^2k_5}{120} & 0 \\ \frac{-bk_5}{20} & \frac{a}{30} - \frac{13k_2b}{840} & 0 & \frac{-b^2k_5}{120} & \frac{-ba}{90} - \frac{k_2b^2}{280} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-h^2a}{6b^2} - \frac{k_7}{10a} & 0 & 0 & \frac{h^2a}{18b} - \frac{k_7ba}{30} \end{bmatrix} \quad (23c)$$

$$[K]_{14} = Eh/(1-\nu^2) \begin{bmatrix} \frac{-9b}{70a} \frac{k_1}{10} & \frac{-k_3}{4} & 0 & \frac{-13b^2}{420a} \frac{k_6}{120b} & \frac{-bk_3}{20} & 0 \\ \frac{-k_3}{4} & \frac{-a}{5b} \frac{9k_2}{140} & 0 & \frac{-bk_3}{20} & \frac{-a}{60} \frac{13k_2b}{840} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-h^2a}{6b^3} + \frac{6k_7}{5ab} & 0 & 0 & \frac{h^2a}{12b^2} \frac{k_7}{10a} \\ \frac{13b^2}{420a} + \frac{k_6}{120b} & \frac{bk_3}{20} & 0 & \frac{b^3}{140a} \frac{k_6}{360} & \frac{b^2k_3}{120} & 0 \\ \frac{bk_3}{20} & \frac{a}{60} + \frac{13k_2b}{840} & 0 & \frac{b^2k_3}{120} & \frac{-ba}{180} + \frac{k_2b^2}{280} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-h^2a}{12b^2} + \frac{k_7}{10a} & 0 & 0 & \frac{h^2a}{36b} + \frac{k_7ba}{30} \end{bmatrix} \quad (23d)$$

yalnız düşey normal gerilmelere bağlı olarak basitleştirilebileceği kabul edilmiştir. Buna göre perde elemanın her noktası,  $\varepsilon_z$  düşey şekil değiştirme bileşeni bir  $\varepsilon_e$  akma sınır değerine erişinceye kadar lineer elastik davranacak, bu sınır değeri aşıldıktan sonra bir  $\varepsilon_p$  kopma, kırılma değerine kadar  $\varepsilon_z$  artarken  $\sigma_z$  gerilmesi sabit kalacaktır.

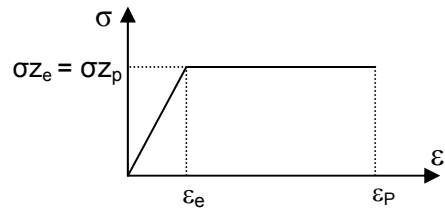
Bu basitleştirici kabul yapılsa bile perdelerde yayılı plastikleşme bölgesi tanımlanarak hesap, her yükleme adımı için elemanlarda plastikleşme bölgesinin belirlenip, eleman rijitlik matrisinin Şekil 4'teki iç kuvvet-şekil değiştirme bağıntısına uygun hesaplanması ve sistem rijitlik matrisinin her adımda yeniden kurulması veya buna eşdeğer uzun ardışık yaklaşım tekniklerinin uygulanmasını gerektirecektir.

Bu çalışmada, perdelerde plastik şekil değiştirmelerin düğüm noktalarında plastik düşey rölatif yer değiştirmeler şeklinde toplandığı, düğüm noktaları arasında eleman içinde birer elastik davranışın geçerli olduğu kabul edilecektir. Çubuk sistemlerdeki plastik mafsal hipotezinin benzeri olan bu kabule göre, yük artımı yöntemi ile hesaplanabilir bir yük parametresi için bir düğüm noktasında  $\varepsilon_z$  şekil değiştirme bileşeni  $\varepsilon_e$  akma sınır değerine ulaşmışsa, o noktada artan yükler altında elemanlar arasında düşey rölatif plastik yer değiştirmeler oluşabilecektir. Özellikle bu nokta bir mesnet düğüm noktası ise artan yükler için düşey yer değiştirme bileşeni serbest

bırakılacaktır. Çok katlı yapılarda perdeler genelde tabanından ankastre konsol kiriş gibi çalışıp mesnetlerde maksimum değerler oluşur. Bu tür sistemlerin perdelerinde göçme iki nedenden oluşmaktadır:

a- Biri hariç bütün mesnet düğüm noktalarının  $\varepsilon_e$  elastik şekil değiştirme sınırına gelmiş olması, başka bir deyişle, plastikleşmenin (düşeyde ayrılma) oluşması ve bir nokta etrafında perdenin dönmesi,

b- Bütün noktalarda,  $\varepsilon_e$  elastik şekil değiştirme değerine ulaşılmamış olsa bile, herhangi bir düğüm noktasında  $\varepsilon_p$  plastik şekil değiştirme sınırına ulaşılmış olmasıdır.



Şekil 4. Perde elemanlarda iç kuvvet deformasyon bağıntısı

### Çubuk elemanların elasto-plastik davranışı

Perde elemanların düğüm noktalarında kat düzlemi içinde birbirine dik iki doğrultuda dönme vektörü bileşeni ve düzleme dik düşey serbestlik

tanımlandığından perdeler hiçbir sorun çıkmadan perde düzlemi içinde veya dik çubuk elemanlar bağlanabilmekte ve bunun sonucu uzay perde-çerçeve sistemlerin hesabı mümkün olmaktadır. Çubuk elemanların lineer elastik olmayan davranışı plastik mafsallı hipotezi doğrultusunda dikkate alınarak, kirişlerde eğilme ve burulma mesnetlerinin karşılıklı etkileşim olmadan plastik moment sınır değerlerine ulaşmış, plastik mafsalların oluşabileceği kabul edilmiş, kolonlarda bileşik eğik eğilme ve burulma için plastik mafsallı akma koşulları tanımlanmıştır.

### Perde ve çerçevelerden oluşan sistemlerin yük artımı yöntemi ile lineer olmayan hesabı

Perde ve çerçevelerden oluşan üç boyutlu yapı sistemlerinin sabit düşey yük artan yatay yüklerle göre hesabı matris deplasman yöntemi ile yapılacaktır. Perde sonlu elemanların  $\epsilon$  elastik sınır şekil değiştirmesi aşıldığı (veya çubuk uç kesitlerinde plastik mafsalların oluştuğu) yük artımının her hangi bir aşamasında sistemin bilinmeyenleri:

a- Sistemin lineer elastik çözümüne ait  $[d]$  kolon matrisi ile gösterilecek bilinmeyenler: Bu bilinmeyenler kat döşemelerinin düzlemleri içinde rijit yerdeğiştirmesini belirleyen, döşemelerin her biri için seçilmiş referans noktalarının (master joint) yatay düzlem içindeki iki doğrusal ve düşey açısal yerdeğiştirme bileşenleri ile düğüm noktalarının bağımsız diğer yerdeğiştirme bileşenleri,

b-  $[\Delta]$  kolon matrisi ile gösterilecek, perdelerin elastik şekildeğiştirme sınırını aşan düğüm noktalarının  $\Delta_k$  plastik yerdeğiştirme parametreleri ve (veya) çubukların plastik mafsallı oluşmuş kesitlerinde plastik dönme parametreleridir.

Bu bilinmeyenleri tayin etmek için:

a- Düğüm noktalarının yerdeğiştirme bileşenleri doğrultularında yazılan moment ve izdüşüm denge denklemlerinden,

b- Perdelerin plastikleşen düğüm noktalarına yalnız üstten bağlanan elemanların o noktadaki düşey akma doğrultusundaki iz düşüm denge

denklemleri ile çubukların plastikleşen kesitlerinde akma yüzeyine dik doğrultudaki denge denklemleridir.

### Denklemlerin oluşturulması

Sistemin çözümüne ait denge denklemlerine, plastikleşen perde düğüm noktalarının ve çubuk kesitlerinin  $\Delta_k$  plastik yerdeğiştirme parametrelerinin etkisi ilave edilerek denklemlerin bir bölümü (24) elde edilir.

$$[S_{dd}][d] + [S_{d\Delta}][\Delta] = [q] \quad (24)$$

Bu denklemlerde:

$[S_{dd}]$  : Üzerinde plastik düğüm noktası ve kesit bulunmayan sistemin rijitlik matrisidir. Esas köşegenine göre simetriktir. Perde ve çubukların eleman özel eksen takımına göre formüle edilmiş eleman rijitlik matrislerinin sistem eksen takımı doğrultularına dönüştürülmesine ve bağımlı düğüm noktası yerdeğiştirmelerinin referans noktaları yerdeğiştirme bileşenlerine bağlanmasına yönelik matris çarpımları yapılarak sistem rijitlik matrisine yerleştirilmesi ile elde edilir.

$[q]$  : Sistem eksen takımı doğrultularında düğüm noktalarına etkiyen dış yüklerden oluşan kolon matrisidir.

$[S_{d\Delta}]$  : Plastikleşmiş düğüm noktaları ve çubuk kesitleri sayılarının toplamı kadar kolonu olan bir dikdörtgen matristir. Bu matrisin  $k$  sayılı kolonu,  $k$ . Plastikleşen düğüm noktası veya çubuk kesitinin plastik yerdeğiştirmesinin birim değeri için sistem düğüm noktaları yer değiştirme bileşenleri doğrultusunda oluşacak uç kuvvetlerini gösterir.

Söz konusu bir perde düğüm noktası ise o noktaya üstten bağlanan perde sonlu elemanların rijitlik matrislerinde noktanın düşey deplasmanına karşı gelen kolon alınıp, söz konusu bir çubuk kesiti ise çubuk rijitlik matrisinde akma doğrultusundaki yerdeğiştirmeye karşı gelen kolon alınıp  $[S_{dd}]$  için açıklanan dönüştürme işlemleri yapılarak  $k$  sayılı kolon elde edilir.

(24) denklemlerine plastik yerdeğiştirme parametrelerini hesaplayabilmek için (25) denklemlerinin ilavesi gerekir.



$$[S_{\Delta d}][d] + [S_{\Delta\Delta}][\Delta] = [0] \quad (25)$$

Burada:

$[S_{\Delta d}]$  : Sistem ortak eksen takımında, düğüm noktaları yerdeğiştirme bileşenlerinden dolayı plastik yerdeğiştirme parametreleri doğrultusunda tüm plastik kesitlerdeki iç kuvvet değişimini göstermektedir. Betti karşılık teoremi uyarı oluşacak uç kuvvetlerini gösteren bir dikdörtgen matristir. Betti karşılık teoremi uyarınca,

$$[S_{\Delta d}] = [S_{d\Delta}]^T \quad (26)$$

olduğundan ayrıca hesaplanmasına gerek yoktur.

$[S_{\Delta\Delta}]$  : m adet plastikleşen düğüm noktası ve çubuk kesiti varsa m x m boyutunda kare matristir. Bu matrisin k sayılı kolonu k sayılı plastikleşen düğüm noktasındaki veya çubuk kesitindeki plastik şekildeğiştirme parametresinin birim değeri için tüm plastik nokta ve kesitlerdeki akma doğrultusundaki iç kuvvet değişimini göstermektedir. Betti karşılık teoremi uyarınca esas köşegene göre simetriktir. Esas köşegen üzerindeki terimler dışındaki terimler genelde sıfırdır. Eğer bir perde sonlu elemanda her iki alt düğüm noktasında da plastik yerdeğiştirme oluşmuşsa veya çubukta iki uç kesitinde de plastik mafsal oluşmuşsa, köşegen üzerindeki terimler dışındaki terimlerden ilgili olanları sıfırdan farklı olacaktır.

Yukarıda açıklanan denge denklemleri ve akma koşulları bir arada yazıldığında, sisteme ait genişletilmiş denklem takımı elde edilir.

$$\begin{pmatrix} [S_{dd}] & [S_{d\Delta}] \\ [S_{\Delta d}] & [S_{\Delta\Delta}] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [d] \\ [\Delta] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [q] \\ [0] \end{pmatrix} \quad (27)$$

### Perde ve çubuk elemanlardan oluşan yapı sistemlerinde göçme yük parametresinin hesabında izlenen yol

Göçme yük parametresinin hesabında izlenen yöntem:

1- Öncelikle  $[S_{dd}]$  sistem rijitlik matrisi kurularak düşey yüklere çözüm yapılarak düğüm noktaları yerdeğiştirmeleri, perde iç kuvvetleri

ve çubuk uç kuvvetleri bulunur. Yalnız düşey yük hali için hiçbir noktada plastikleşmenin olmaması öngörülmektedir.

2- Yatay yük parametresinin birim değeri için lineer elastik sistem çözülüp, düğüm noktaları yerdeğiştirmeleri, perde iç kuvvetleri ve çubuk uç kuvvetleri bulunur.

3- İkinci adıma ait çözüm, düşey yüklemeye ait değerlere yatay yüklemeye ait değerlerin bir yük parametresi ile çarpılarak toplanmasıyla elde edilecektir. Perde düğüm noktalarında ve çubuk kesitlerinde plastikleşmeye neden olacak en küçük yatay yük parametresi belirlenir. İkinci adıma ait çözüm bu yük parametresi ile çarpılıp birinci adıma ait çözüme ilave edilerek ilk plastikleşmenin olduğu yatay yük parametresine ait düğüm noktası deplasmanları ve kesit zorları bulunur.

4- Her çubuk elemanın her düğüm noktası için etkisi altında bulunduğu normal kuvvet, eğik eğilme momentleri göz önüne alınarak çubuk özel eksen takımında eğilme momenti taşıma gücü değerleri belirlenir.

5- Adım bir artırılır. Plastikleşen düğüm noktalarından dolayı elastik sisteme ait  $[SS]$  rijitlik matrisine ilave edilmesi gereken satır ve sütunlar belirlenir. Sadece yeni ilave edilen kolon ve satırlar indirgenir. Birim yatay yük parametresi için sabitler kolonunda ilave edilmiş satır veya satırlar için indirgeme devam ettirilir. Yerine koyma işlemi yapılarak, plastikleşen sisteme ait birim yatay yük parametresi için ilave düğüm noktası deplasmanları ve plastikleşen düğüm noktasına ait plastikleşme parametresi bulunur. Yeni plastikleşecek düğüm noktaları, sayısı, ilave yatay yük parametresi belirlenir. İşlemler 3. maddeden itibaren yinelenir.

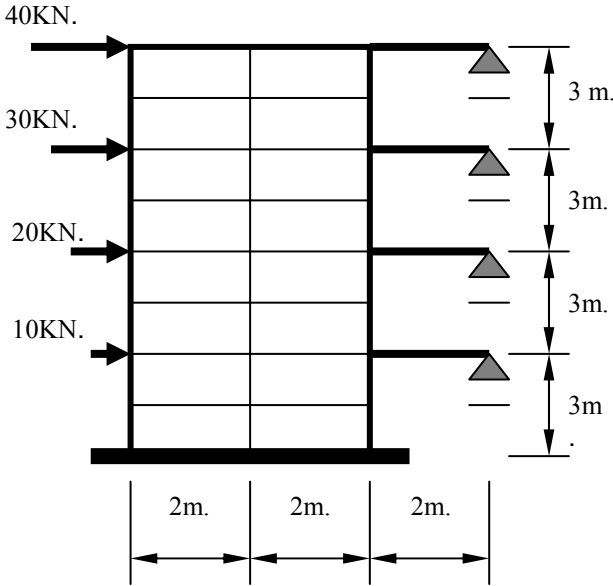
6- Perde sonlu elemanlarda düğüm noktalarında,  $\epsilon_p$  göçme şekil değiştirme sınır değerinin, çubuk elemanlarda plastikleşen düğüm noktalarının plastik dönme kapasitelerinin aşıldığı yük parametrelerinden en küçüğü belirlenir. Sistem rijitlik matrisinin determinantı sıfırdan küçük veya eşit ise veya artan yatay yük parametresi

altında çözümünü yapılan plastikleşen sistemde en büyük yatay deplasmanın oluşabileceği referans noktasının herhangi bir adımdaki ilave yatay deplasman bileşeni işaret değiştiriyorsa, sistemin mekanizma durumuna geldiği söylenebilir.

7- Hesap sistem mekanizma durumuna gelene kadar devam eder. Göçme sistemin mekanizma durumuna gelmesi, çubuklardaki plastik kesitlerin dönme kapasitelerini aşması yada perde elemanların düğüm noktalarında  $\epsilon_{max}$  sınır değerine erişilmesi durumunda oluşur.

### Örnek1

Şekil 5'te gösterilen sistemin elastik çözümü için karşılaştırılacak çalışmalar:



Şekil 5. Düzlem perde – kiriş sistemi

1. Çözüm : Bu tez çalışması kapsamında geliştirilen perde sonlu eleman kullanılarak ve her katta bir sonlu perde eleman alınarak bulunmuştur.

2. Çözüm : Bu tez çalışması kapsamında geliştirilen perde sonlu eleman kullanılarak ve her kat perdesi 2x2 elemana bölünerek bulunmuştur.

3. Çözüm : SAP2000 kullanılarak hem perde hem bağ kirişleri sonlu elemanlar ile modelendirilerek bulunmuştur. Her kat perdesi düşeyde 12, yatayda 8 elemana ayrılarak, bağ kirişleri düşeyde 2 yatayda 4 elemana ayrılarak eleman ağı oluşturulmuştur.

4. Çözüm : Pala ve Saygun'un (1992) çalışması ile perde levha sonlu eleman kullanılarak, her kat perdesi 8x12 elemana bölünerek, bağ kirişleri çubuk eleman olarak alınıp, çözülmüştür. Bu çözüm sonuçları Tablo 1'de verilmiştir.

5. Çözüm : Örneğin SAP2000 kullanılarak perdeler levha sonlu elemanlara ayrılp, bağ kirişleri çubuk eleman olarak alınıp yapılan çözümü diğerlerinden çok farklı çözüm verdiği için dikkate alınmamıştır.

Tablo 1'de görüleceği gibi, geliştirilen perde sonlu eleman ile az sayıda eleman kullanarak yeterli sonuç elde edilmektedir.

Örnekte,  $E = 30.10^6$  KN/m<sup>2</sup>,  $\nu = 0.16$ , perde kalınlığı: 0.30m, kirişler 30/50 seçilmiştir.

Kiriş boyutları : 0.30mX0.50m  
Kirişlerde eğilme ve burulma momentleri taşıma gücü:  $M_{pe} = 150.0$ KNm  
 $M_{pb} = 60.0$ KNm

Kolon boyutları : 0.50mX0.50m  
Kolonlarda normal kuvvet, her iki eksendeki basit eğilme ve burulma momenti taşıma gücü değerleri:  $M_{pe} = 360.0$ KNm,  
 $M_{pb} = 90.0$ KNm,  $N_p = 3000.0$ KN

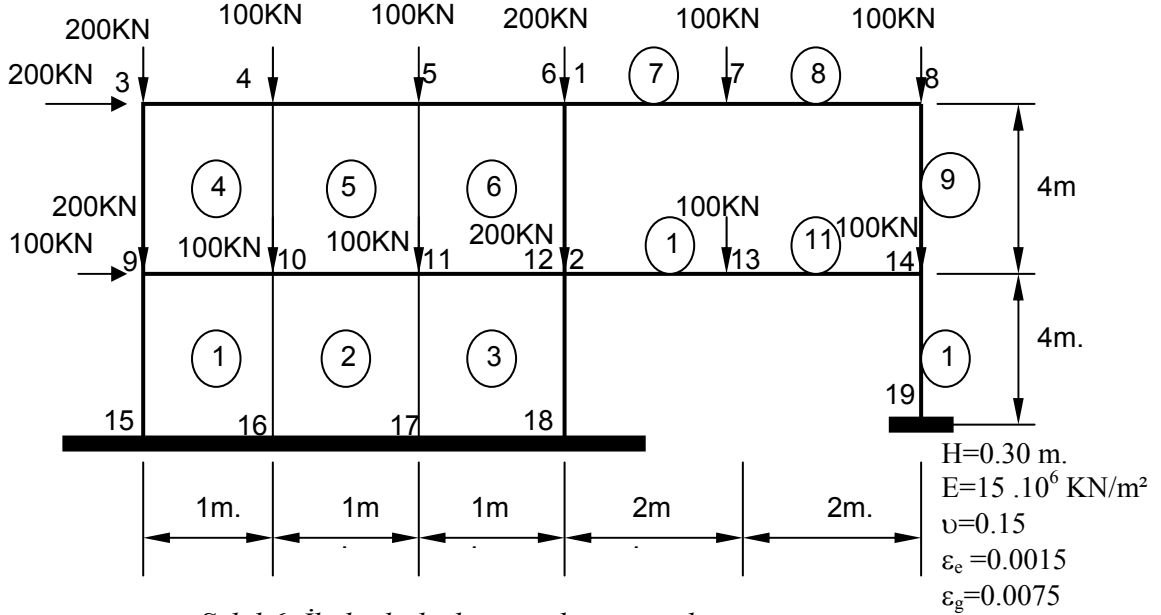
Çözümün sonuçları Tablo 2'de belirtilmiştir. 14 nolu düğüm noktasında 5.38 yatay yük parametresinde dönme kapasitesi ( $\max F_{ix} = 3.2 \cdot 10^{-3}$  olarak alınmıştır) aşılmıştır. Bu değer kabule, donatı oranına, sargı donatısına göre değişebilir.

Şekil 8'de görülen üç katlı, perde-çerçeve sistemin, düşey yükler ve referans noktalarına etki eden X doğrultu ve ters yönündeki yatay yükler için P- $\Delta$  diyagramı Şekil 9'da verilmiştir.

Tablo 1. Çözümlerin karşılaştırılması

BÜYÜKLÜKLER	ÇÖZÜM 1	ÇÖZÜM 2	ÇÖZÜM 3	ÇÖZÜM 4
Perde taban momenti	77.60	78.52	78.81	78.18
Perde taban normal kuvveti	-3.099	-2.87	-2.80	-2.956
Tepe noktası deplasmanı	$0.6777 \cdot 10^{-3}$	$0.6923 \cdot 10^{-3}$	-	$0.7292 \cdot 10^{-3}$
4. Kat	1.774	1.562	1.438	1.504
Katlara göre bağ	3. Kat	1.793	1.697	1.689
kiriş momentleri	2. Kat	1.568	1.495	1.487
1. Kat	1.043	0.985	0.981	1.042

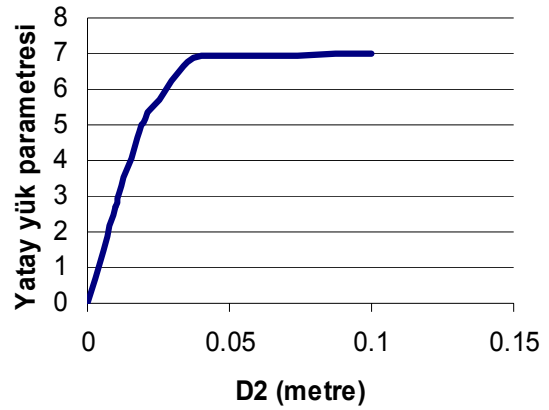
## Örnek2



Şekil 6. İki katlı düzlem perde çerçevesi sistem

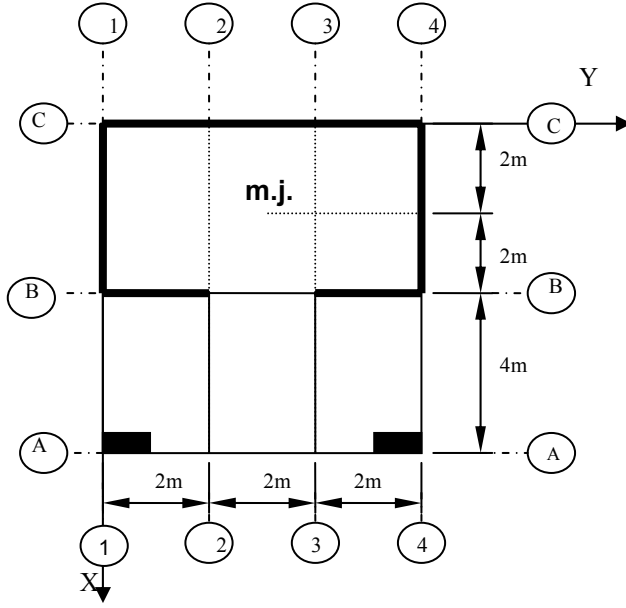
Tablo 2. Kat referans noktasının yatay yer değiştirme değerinin yatay yük parametrelerine göre değişimi

D2 (metre)	Yatay yük parametresi	Plastikleşen D. noktası
0.01008	2.696	14 (kirişte)
0.01160	3.098	8 (kirişte)
0.01909	4.981	18 (perde)
0.01954	5.066	6 (kirişte)
0.02106	5.340	15 (perde)
0.02373	5.599	12 (kirişte)
0.03750	6.874	17 (perde)
0.05213	6.933	19 (kolon)

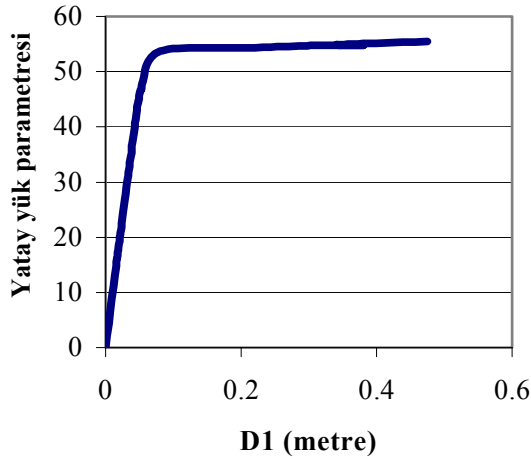


Şekil 7. Düzlem perde çerçeve sisteme ait yatay yerdeğiştirme- yatay yük parametresi değişimi

### Örnek3



Şekil 8. Üç katlı uzay perde çerçevesi sistem



Şekil 9. Çekirdek perde-çerçevesi sisteme ait yatay yerdeğiştirme- yatay yük parametresi değişimi

### Sonuçlar

Bu çalışmada elde edilen sonuçlar şu şekilde sıralanabilir:

1- Yeni bir perde sonlu eleman modeli geliştirilmiştir. Bu sonlu eleman yardımı ile kat seviyesinde perde elemanları bölmeden, tek eleman olarak alıp çözüm yapıldığında, çözümün uygun sonuçlar verdiği görülmüştür. Böylece bilinmeyen sayısı büyük ölçüde azaltılmıştır.

2- V, U, L, T, şeklindeki perdelerin çözümü mümkün olabilmektedir.

3- Çubuklarda plastik mafsallık hipotezi uygulanırken, perdelerde şekildeğiştirmelerin akma sınırına ulaşmasına bağlı olarak plastik şekildeğiştirmelerin düğüm noktalarında toplandığı kabulü yapılmaktadır.

4- Perdeli, perde-çerçevesi, çok katlı yapı sistemlerinin yük artımı yöntemi ile limit yükü hesaplanıp, göçme güvenliği belirlenmektedir.

### Kaynaklar

- Çakıroğlu, A., Özden, E. ve Özmen, G., (1992). *Yapı sistemlerinin hesabı için matris metodları ve elektronik hesap makinası programları*. Cilt 1. İTÜ İnşaat Fakültesi Matbaası, İstanbul.
- Çakıroğlu, A., Özden, E. ve Özmen, G., (1992). *Yapı sistemlerinin hesabı için matris metodları ve elektronik hesap makinası programları*. Cilt 2. İTÜ İnşaat Fakültesi Matbaası, İstanbul.
- Çakıroğlu, A. ve Özer, E., (1980). *Malzeme ve geometri değişimi bakımından lineer olmayan sistemler*, Matbaa Teknisyenleri Basımevi, İstanbul.
- Girgin, K., (1996). Betonarme Yapı sistemlerinde ikinci mertebe limit yükün ve göçme güvenliğinin belirlenmesi için bir yük artımı yöntemi, *Doktora Tezi*, İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- İrtem, E., (1991). Uzay çubuk sistemlerde ikinci mertebe limit yükün hesabı için bir yük artımı yöntemi, *Doktora Tezi*, İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Özer, E., (1987). Determination of second-order limit load by a method of load increments, *Bulletin of Technical University of Istanbul*, **40**, 4, 815-836.
- Pala, S. ve Saygun, A., (1992). A rectangular plane stress element with 12 degrees of freedom, *Bulletin of the Technical University of Istanbul*, **45**, 1, 3.
- Przemieniecki, J. S (1968). *Theory of matrix structural analysis*, McGraw-Hill, Book Company.
- Saygun, A. I., (1979). Eğri eksenli, kutu kesitli kirişlerin hesabı için bir sonlu elemanlar yöntemi, *Doçentlik Tezi*, İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Taşkın, B., (2001). Sismik titreşimler altında betonarme perde ve çerçeve sistemlerin doğrusal olmayan stokastik analizi, *Doktora Tezi*, İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Zienkiewicz, O. C., (1971). *The finite element method in engineering science*, McGraw-Hill, London.
- Zienkiewicz, O. C., Valliapan, S. and King, I. P., (1969). Elasto-plastic solutions of engineering problems 'initial stress', finite element approach, *International Journal for Numerical Methods In Engineering*, **1**, 75-100.