

Doğrusal ayrıştırılmaz sınıflama problemleri için yeni bir yapay sinir ağı modeli

İbrahim GENÇ*, Cüneyt GÜZELİŞ

İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Programı, 34469, Ayazağa, İstanbul

Özet

Parça Parça Sabit (PPS) ve Parça Parça Doğrusal (PPD) sistem modelleri, çoğunlukla bu türde yapılar olduğu açıkça belirtilmese de Yapay Sinir Ağları (YSA) alanında sıklıkla kullanılmaktadır. Bilimsel yazında oldukça iyi bilinen bir çok model PPS veya PPD işlevler gerçeklerler. Diğer yandan, bazı karmaşık modeller, PPS/PPD yaklaşıklıkları oluşturularak basitleştirilebilir. PPS ve PPD modeller basitlik, hızlık ve verilen herhangi bir fonksiyona istenen duyarlılıkla yaklaşabilme özelliklerine sahip olmakla, YSA literatüründe ayrı bir yere sahiptir. Bu çalışmada, yeni bir PPD YSA yapısı olarak 'girişe bağlı eşikli ayrık algılayıcı' önerilmektedir. Klasik ayrık algılayıcının doğrusal olarak ayrıştırılmaz kümeleri sınıflandıramadığı gayet iyi bilinmektedir. Bu sorunun aşılması için, algılayıcının eşik değeri, girişin PPS bir fonksiyonu olarak değişecek şekilde yeniden düzenlenmiştir. Önerilen model böylece PPD bir ayırım yüzeyi oluşturur ve doğrusal ayrıştırılmayan problemlerin bir alt kümesi için çözüm üretebilmektedir. Önerilen modelin etkinliği, tüm bağlantı ağırlıklarının algılayıcı öğrenme kuralı kullanılarak öğrenilebiliyor olmasına dayanmaktadır. Modelin eğitimi için algılayıcı öğrenme kuralının üç aşamalı uygulanmasından oluşan bir algoritma önerilmiştir. Bu algoritmanın işleyişiyle problem kümesinin doğrusal ayrıştırılabilir olup olmadığı, doğrusal ayrıştırılmaz giriş vektörlerinin hangileri olduğu ve doğrusal ayrıştırılmaz vektörlerin kümenin diğer elemanlarından doğrusal ayrıştırılabilir olup olmadığı test edilmektedir ve yöntemin son adımı belirlenmiş şartların sağlanması halinde ağı tüm ağırlıkları belirlenmiş olur. Modelin ve yöntemin etkinliği, doğrusal ayrıştırılmayan bir sınıflandırma problemi olan siyah beyaz görüntüler üzerinde kenar belirleme problemi üzerinde gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler: *Ayrık algılayıcı, doğrusal ayrıştırılmaz kümeler, parça parça doğrusal ayırım yüzeyleri.*

*Yazışmaların yapılacağı yazar: İbrahim GENÇ. ibrahim.genc@ctech.com.tr; Tel: (262) 644 9048.

Bu makale, birinci yazar tarafından İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Programı'nda tamamlanmış olan "Design of algebraic and dynamical PWL and PWC neural networks for classification" adlı doktora tezinden hazırlanmıştır. Makale metni 10.09.2007 tarihinde dergiye ulaşmış, 03.01.2008 tarihinde basım kararı alınmıştır. Makale ile ilgili tartışmalar 31.01.2010 tarihine kadar dergiye gönderilmelidir.

A novel neural network model for linearly nonseparable classification problems

Extended abstract

Piecewise Constant (PWC) and Piecewise Linear (PWL) models are commonly used in a diverse field including circuit theory (Chua et al. 1987, Güzeliş and Göknaar 1991, Lin and Unbehauen 1995, Julian et al. 1998). Although it is not declared that they are such models, PWC and PWL models are common also in the field of Artificial Neural Networks (ANN or simply Neural Networks – NN henceforth). At a first glance, discrete Multilayer Perceptron (MLP), Cellular Neural Networks (CNNs), Discrete Hopfield Network (D-HN), Discrete Time CNNs (DT-CNNs), Brain State in a Box (BSB) are examples for PWC or PWL artificial neural network models. Due to their generality, namely their capability of representing all known complex functions, despite their simplicity, PWL models can be used not only for synthesis and analysis purposes but also to simplify some complex models.

Despite the fact that PWL and PWC structures are simple and able to approximate to any function, there is not enough emphasis on these subjects on the NN literature. One of the most important works in PWL literature is by Lin and Unbehauen (1995). Lin and Unbehauen (1995) presents some modifications and applications of classical canonical PWL functions to supply mathematical background for mapping networks. It also studies the canonical PWL feature of the popular Multilayer Perceptron-Like networks. It is shown that generalized canonical PWL representation is suitable for neural network applications.

In this work, as a new PWL NN model, a special discrete perceptron whose threshold is a function of input variables is considered (Genç and Güzeliş 1998b). It is well known that discrete perceptron cannot classify linearly nonseparable sets. To overcome this problem, perceptron can be modified as its threshold depends on its input, and threshold value is a PWC function of input as given below

$$y = \text{sgn}(\mathbf{w}_1^T \cdot \mathbf{x} + \theta)$$

$$\theta = \theta_1 + \theta_3 \cdot \text{stp}(\mathbf{w}_2^T \cdot \mathbf{x} + \theta_2)$$

where $\text{stp}(\cdot)$ is the unit step function, $\theta_i \in \mathcal{R} \forall i \in \{1,2,3\}$ and $\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2 \in \mathcal{R}^p$ are the weight vectors. Thus, the proposed model realizes a PWL separating hyperplane and it can be used to classify some kind of linearly nonseparable sets. What is more important is that all connection weights can be learned using a three stage application of the perceptron learning rule.

Proposed learning algorithm defined here can be applied to the linearly nonseparable set \mathbf{X} if the complement of the largest linearly separable subset \mathbf{X}_S , $\mathbf{X}_{NS} = \mathbf{X} / \mathbf{X}_S$ contains elements from only either \mathbf{X}_+ or \mathbf{X}_- and this linearly separable with \mathbf{X}_S . By explaining verbally, linearly nonseparable vectors are all from the same class and these are linearly separable from the rest of the set. The 3-stage algorithm does, in fact, test of the input set for linear separability, define nonseparable vectors and test the linear separability of nonseparable vectors from other vectors of the set. Meanwhile, it finds the resulting weight vectors and thresholds if the cases are admissible with the prerequisites of the method.

Justification of the design method is demonstrated by computer simulations done on a specific example, namely the edge detection, since binary edge detection can be considered as a pixel classification problem where for each pixel, it can be decided whether it is an edge pixel or not, by investigating the pixel's and its neighboring pixels' values.

The definition of the ideal edge class stated as “The Pixel belongs to edge class if it is black and at least one of its east, west, south and north neighbors is white but not all of its 8 neighbors are white”. With this definition, a classification problem set is obtained containing 512 binary 9-dimensional vectors and corresponding desired outputs for a 3×3 neighborhood.

In the example work, after posing the binary edge detection task as such a linearly nonseparable but piecewise-linearly separable threshold function, the modified perceptron is trained to learn this task. Then the performance of this perceptron on the edge detection of some binary images is examined.

Keywords: Discrete perceptron, linearly nonseparable sets, piecewise linear separating plane.

Giriş

Doğrusal ağırlıklı toplama ve onu takibeden bir katı-sınırlayıcıdan oluşan ayrık algılayıcı (bundan sonra kısaca algılayıcı denecektir) en basit yapay sinir ağı modellerinden biridir (McCulloch ve Pitts, 1943). Toplama biriminde hücreye uygulanan girişlerin ağırlıklı toplamını alarak bir eşikle kıyaslar. Ağırlıklı toplam eşik aşarsa +1, aksi halde -1 sonucu ürettiğinden p-boyutlu giriş uzayından $\{-1, +1\}$ kümesine doğrusal olmayan cebrik bir $f(\cdot): \mathcal{R}^p \rightarrow \{-1, +1\}$ fonksiyonu tanımlar. Dolayısıyla genellikle sınıflama amacıyla kullanılmaktadır.

Ağırlıklı toplamada kullanılan ağırlıklar belirli bir kurala göre (öğrenme kuralı) adım adım uyarlanarak, algılayıcı istenen işlevin doğru olarak yapılması yönünde eğitilebilir. Literatürde çeşitli ağlar için çeşitli öğrenme algoritmaları verilmiştir. Mesela, genlikte sürekli algılayıcı yapısal olarak algılayıcıya çok benzemektedir. Tek fark çıkışta bulunan doğrusal olmayan fonksiyonun bir eşikle mukayeseden ibaret olmayıp sürekli bir sigmoid fonksiyonu olmasıdır. Günümüzde bir çok uygulama için sıklıkla kullanılan genlikte sürekli algılayıcının eğitilmesi için delta öğrenme kuralı önerilmiştir. Algılayıcılar için kullanılan algılayıcı öğrenme kuralı (Rosenblatt, 1962), bu çok benzer sistem için önerilen delta kuralına nazaran doğrusal ayrıştırılabilir giriş kümesi için sıfır hata ile sınıflandırmayı sağlayan karar yüzeyini sonlu adımda bulabileceğini söylemesi açısından önem kazanmakta ve ayrıca oldukça hızlı yakınsaması sebebiyle de öne çıkmaktadır. Bütün bunların yanında, giriş kümesinin doğrusal ayrıştırılabilir olmadığı durumda sınıflandırmayı başaramasa da giriş kümesi hakkında önemli bilgiler vermektedir (Roychowdhury vd., 1995). Bu makalede önerildiği üzere eşik değerinin girişe bağımlı olarak değişmesi bazı doğrusal ayrıştırılmaz kümelerin sınıflandırılmasını mümkün kılmaktadır. Ayrıca eşik değerini girişe bağlayan fonksiyon da algılayıcı öğrenme kuralı ile belirlenebilmektedir. Bu özellik, geliştirilen algılayıcı yapısının doğrusal ayrıştırılmayan problemlerin çözümünde kullanılabilir çok-katmanlı katı-sınırlayıcı algılayıcı gibi yapılara üstün yanını oluşturmaktadır. Daha açık olarak, doğ-

rusal ayrıştırılmaz eşik fonksiyonlarını gerçeklemek için çok-katmanlı yapılar da kullanılabilir, ama bu yapılarda bağlantı ağırlıklarının bulunması için geliştirilmiş etkin bir öğrenme algoritması yoktur.

Geliştirilen yapı ve öğrenme algoritması, aynı zamanda eşik-sınıflı hücreli yapay sinir ağılarına da uygulanabilmekte ve doğrusal olmayan eşik fonksiyonu gerçekleştirilebilmektedir (Genc ve Güzeliş, 1998a).

Makalede önce algılayıcının yapısı, çalışması ve doğrusal ayrıştırılabilirlik kavramları açıklanacak ve girişe-bağımlı eşikli algılayıcı tanımlanacaktır. Sonra kenar belirleme problemi bir eşik fonksiyonu olarak ele alınacak ve önerilen yöntemle çözümü verilecektir. Daha sonra ise, yapılan çalışmanın sonuçları tartışılacaktır.

Ayrık algılayıcı

Ayrık algılayıcı yapay sinir ağı modellerinin en basitlerinden biri olarak sadece bir ağırlıklı toplama birimi ve bir katı sınırlama biriminden oluşmaktadır. Tanım bağıntısı (1)'de verilen algılayıcı p-boyutlu uzaydan $\{-1, 1\}$ kümesine doğrusal olmayan (daha açık olarak parça parça sabit) bir dönüşüm gerçekleştirir.

$$y = \text{sgn}(\mathbf{w}^T \cdot \mathbf{x} - \theta) \quad (1)$$

Burada $\mathbf{w} \in \mathcal{R}^p$ ağırlık vektörünü, $\mathbf{x} \in \mathcal{R}^p$ giriş vektörünü ve $\theta \in \mathcal{R}$ eşik değerini göstermektedir.

Yapısı itibariyle algılayıcı dışarıdan uygulanan \mathbf{x}^s giriş örneklerini çıkışta +1 ya da -1 üretmek suretiyle X_+ ve X_- gibi iki kümeye sınıflandırmaktadır. Tanımından görüldüğü gibi, algılayıcı, giriş uzayını ikiye ayırır ve ayırma yüzeyi p-boyutlu uzayda p-1 boyutlu bir düzlem oluşturur. Dolayısıyla, algılayıcı, kendisinden sınıflandırılması istenen giriş kümesinin elemanları, sadece ve bütün X_+ olarak atanacak olanlar hiperdüzlemin bir tarafında ve X_- olarak atanacaklar diğer tarafında kalacak şekilde p-1 boyutlu bir düzlem varsa bu işlemi doğru olarak yapabilecektir. Bu şekilde bir dağılım

gösteren kümelere “Doğrusal Ayırılabilir” denir.

Algılayıcı için öğrenme problemi bu bakış açısıyla; “verilen bir $X = X_+ \cup X_- = \{\mathbf{x}^1, \mathbf{x}^2, \dots, \mathbf{x}^m\} \subset \mathcal{R}^p$ m elemanlı giriş vektörleri kümesi için $\mathbf{x}^i \in X_+$ vektörlerini pozitif yarı uzayda ve $\mathbf{x}^i \in X_-$ vektörlerini de negatif yarı uzayda bırakan bir düzlemin bulunması” olarak ifade edilebilir.

Literatürden bilinmektedir ki algılayıcı öğrenme kuralı ile eğitilen algılayıcı, yeterince küçük öğrenme katsayısı için sonlu adımda doğrusal ayırılabilir giriş vektörlerini öğrenebilmektedir (Rosenblatt, 1962). Bunun da ötesinde algılayıcı öğrenme kuralının davranışı, giriş kümesi doğrusal ayırılabilir olduğunda giriş kümesi içerisinde en büyük doğrusal ayırılabilir küme X_s ’in belirlenmesine imkan tanımaktadır (Roychowdhury vd., 1995). Bu özellik bizim önerdiğimiz üç-aşamalı öğrenme algoritmasında doğrusal ayırılabilir elemanların belirlenmesinde kullanılmakta ise de doğrusal ayırılabilir kümenin sınıflandırılması işleminin gerçekleştirilmesi bazı yapısal değişiklikler gerektirmektedir.

Girişe bağımlı eşikli algılayıcı

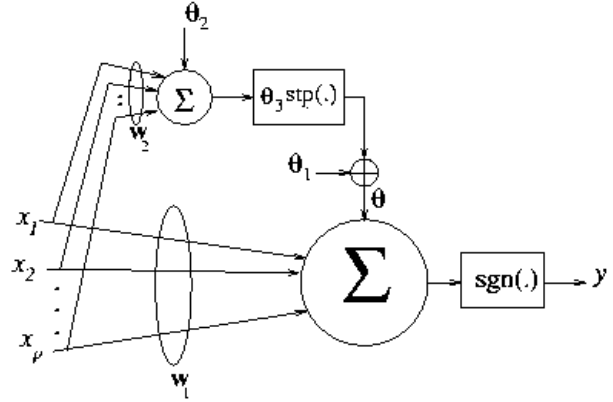
Çok katmanlı ayrık algılayıcı doğrusal ayırılabilir kümelerin sınıflandırılması problemine bir çözüm getirmektedir, fakat algılayıcı öğrenme kuralının bu tür yapılarda bağlantı ağırlıklarının bulunması için kullanılması mümkün değildir. Bizim önerdiğimiz diğer bir çözüm ise üç-aşamalı algılayıcı öğrenme kuralı ile birlikte sabit olmayan eşik değerine sahip algılayıcı kullanmaktır. Şekil 1’de blok şeması görülen ve (2)–(3)’de tanım ifadesi verilen algılayıcının eşik değeri parça-parça sabit alınmıştır.

$$y = \text{sgn}(\mathbf{w}_1^T \cdot \mathbf{x} + \theta) \quad (2)$$

$$\theta = \theta_1 + \theta_3 \cdot \text{stp}(\mathbf{w}_2^T \cdot \mathbf{x} + \theta_2) \quad (3)$$

Burada $\text{stp}(\cdot)$ birim basamak fonksiyonu, $\theta_i \in \mathcal{R} \forall i \in \{1,2,3\}$ ve $\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2 \in \mathcal{R}^p$ ağırlık vek-

törleridir. Birim basamak fonksiyonu yerine işaret fonksiyonu da kullanılabilir. Bu durumda sadece θ_1 ve θ_3 değerleri değişecektir.



Şekil 1. Girişe bağlı eşik değerli ayrık algılayıcı

(2)–(3)’de tanımlanmış sabit olmayan eşikli algılayıcı aşağıda tanımlanan bazı doğrusal ayırılabilir giriş kümelerinin sınıflandırılmasına imkan tanımaktadır. Ayrıca bütün $\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \theta_i, i \in \{1,2,3\}$ parametreleri, Tablo 1’de verilen üç aşamada uygulanan algılayıcı öğrenme kuralı ile öğrenilebilmektedir. Önerilen öğrenme kuralı, X ’in en büyük doğrusal ayırılabilir alt kümesi X_s ’in tümleyeni $X_{NS} = X / X_s$ sadece X_+ ya da X_- ’den birine ait vektörleri içeriyorsa ve bunlar X_s kümesinden doğrusal ayırılabiliriyorsa, doğrusal ayırılabilir bu X kümesine uygulanabilir. Üçüncü bölümde incelenecek olan siyah/beyaz görüntülerde kenar belirleme problemi de bu özellikleri sağlayan bir doğrusal ayırılabilir giriş vektörleri kümesi tanımlamaktadır.

(2) ve (3) ile verilen değişken eşikli algılayıcı, bir parça-parça doğrusal yarı uzaya ait girişleri birinci sınıfa ve diğerlerini de ikinci sınıfa atayan parça-parça doğrusal bir ayırım fonksiyonu tanımlar. Uzayın bu şekilde bölünmesini göstermek için iki örnek Şekil 2’de verilmiştir. Burada daire ve kareler sırayla X_+ ve X_- kümelerine ait vektörleri göstermektedir. Parça-parça doğrusal ayırım yüzeyi;

$$\mathbf{w}_1^T \cdot \mathbf{x} + \theta_1 + \theta_3 \cdot \text{stp}(\mathbf{w}_2^T \cdot \mathbf{x} + \theta_2) = 0 \quad (4)$$

denklemini sağlayan noktaları temsil eder. Şekil 2'deki iki örnek de doğrusal olarak ayrıştırılamayan ve değişken eşikli tek algılayıcı ile gerçekleştirilebilen örneklerdir. Ancak, sadece Şekil 2a'da gösterilen küme, doğrusal ayrıştırılamaz elemanlar diğerlerinden doğrusal olarak ayrıştırılabildiği için, üç-aşamalı algoritma ile öğrenilebilir.

Tablo 1. 3-aşamalı algılayıcı öğrenme kuralı

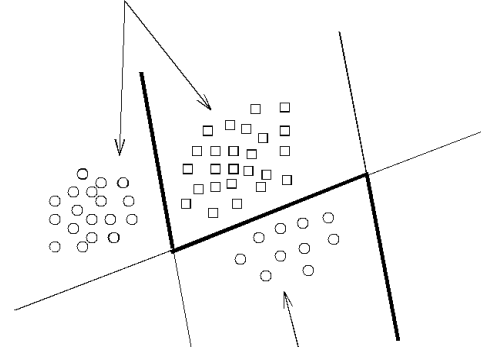
- 1. Adım:** Algılayıcı, algılayıcı öğrenme kuralı ile verilen bir X giriş vektörleri kümesi için eğitilir. Buradan X 'in en büyük doğrusal ayrıştırılabilir alt kümesi X_s 'i ayıran hiperdüzlemi tanımlayan w_1 ağırlık vektörü ve θ_1 eşik değeri elde edilir.
- 2. Adım:** Diğer bir algılayıcı yine algılayıcı öğrenme kuralı ile eğitilerek X_{NS} 'deki doğrusal ayrıştırılamaz vektörleri pozitif yarı-uzayında ve X_s 'deki doğrusal ayrıştırılabilir vektörleri de negatif yarı-uzayında bırakacak şekilde konumlanmış bir düzlemi belirleyen w_2 ağırlık vektörü ve θ_2 eşik değeri belirlenir.
- 3. Adım:** θ_3 gerçel sayısının genliği $|\theta_3|$, bütün girişler üzerinden $|w_1^T \cdot x + \theta_1|$ 'den kesin büyük olacak şekilde belirlenir. θ_3 , $X_{NS} \subset X_+$ ise pozitif; aksi takdirde $X_{NS} \subset X_-$ ise negatif olarak seçilir.

Doğrusal ayrıştırılamaz eşik fonksiyonu olarak ikili görüntülerde kenar belirleme

Siyah/beyaz görüntülerde kenar belirleme problemi özel bir örnek olarak ele alınmış ve yapılan bilgisayar deneyleri ile elde edilen sonuçlar bu çalışmada önerilen tasarım yöntemini doğrulamıştır. Öncelikle, siyah/beyaz kenar belirleme probleminin Şekil 2a'da gösterilen tipten, doğrusal ayrıştırılamaz fakat parça-parça doğrusal ayrıştırılabilir olduğu ortaya çıkarılmıştır. İkinci

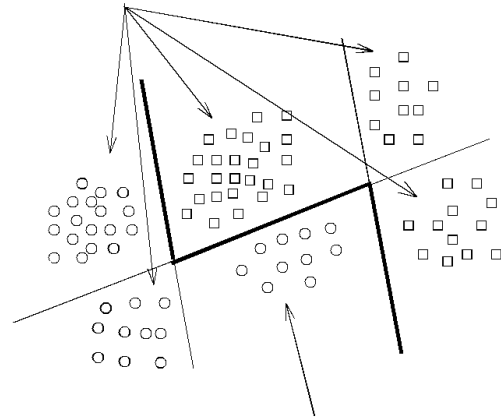
olarak algılayıcı bu problemi öğrenmesi için eğitilmiştir. Sonra da algılayıcının başarımı çeşitli siyah/beyaz ve gri seviyeli görüntüler için sınanmıştır.

Doğrusal ayrıştırılabilir vektörler



Doğrusal ayrıştırılamaz vektörler
(a)

Doğrusal ayrıştırılabilir vektörler



Doğrusal ayrıştırılamaz vektörler
(b)

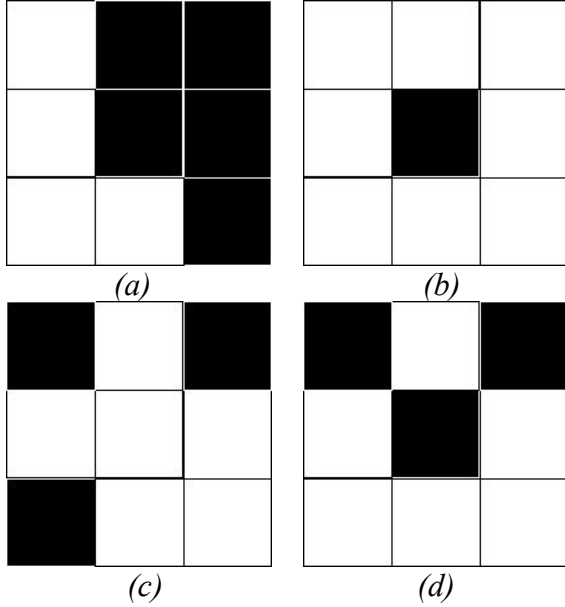
Şekil 2. 2-Boyutlu uzayda parça-parça doğrusal ayırım yüzeyi

(a) Doğrusal ayrıştırılamaz vektörler sadece bir kümeye aittir ve diğer bütün vektörlerden doğrusal ayrıştırılabilirdir

(b) Doğrusal ayrıştırılamaz vektörler sadece bir kümeye aittir fakat diğer vektörlerden doğrusal ayrıştırılamaz durumdadır

Kenar belirleme işlemi, bazı gözelerin (piksel) kenar, bazı gözelerin de kenar olmayan olarak işaretlenmesi açısından göze sınıflandırma işlemi olarak da görülebilir. Her bir göze için, o gözünün ve komşu gözelerin değerlerine bakılarak

gözenin kenar gözesi olup olmadığına karar verilir. YSA'na uygulanacak giriş vektörü de bu gözelerin değerleriyle oluşturulur. Örneğin bir komşuluğun dikkate alınması halinde bazı örnek durumlar Şekil 3'te gösterilmiş ve karşılık gelen giriş vektörleri ile istenen çıkış değerleri Tablo 2'de verilmiştir.



Şekil 3. 3x3'lük pencere için göze değerlerine ilişkin örnekler

Giriş kümesinin aşırı büyümemesi için görüntü penceresi 3x3 olarak seçilmiştir. Bu durumda $2^9 = 512$ mümkün giriş bulunmaktadır.

Tablo 2. 3x3'lük pencere için göze değerlerine ilişkin örnekler.

Şekil No	Giriş	İstenen çıkış
Şekil 3a	011 011 001	1
Şekil 3b	000 010 000	0
Şekil 3c	101 000 100	0
Şekil 3d	101 010 000	1

Diğer gözeler beyaz ile (-1) gösterilirken kenar gözeleri siyah (+1) ile temsil edilir. Bu çalışmada, en azından bir göze genişliğinde ve iki göze uzunluğundaki siyah çizgilerin kenar göze olacağı düşünülmüş ve ikili görüntüler için ideal kenar tanımı şu şekilde verilmiştir: “Bir gözenin kendisi siyahsa ve 4 ana yöndeki komşularından en az birisi beyaz ise, ama 8 komşu gözenin

hepsi birden beyaz değilse bu göze kenar gözesidir”. Bu tanımlamanın bir sonucu olarak 239 giriş örneği kenar sınıfına ve 273 giriş örneği de kenar olmayan gözeler sınıfına aittir. Giriş görüntüsündeki 3x3'lük pencere için 9 boyutlu 512 olası örnekten oluşan giriş kümesi ve karşılığında istenen çıkış değerleri ile bir sınıflandırma problemi ortaya çıkar.

Giriş kümesindeki vektörler incelenmiş, doğrusal ayrıştırılabilir olup olmadığı kontrol edilmiş ve (1) kümenin doğrusal ayrıştırılmayan olduğu fakat (2) parça parça doğrusal olarak ayrıştırılabildiği sonucuna varılmıştır. Burada doğrusal ayrıştırılabilir en büyük kümenin tümleyeninin kenar olmayanlar kümesi tarafından kapsandığı ve diğer elemanlardan doğrusal olarak ayrıştırılabilir olduğu gözlenmiştir.

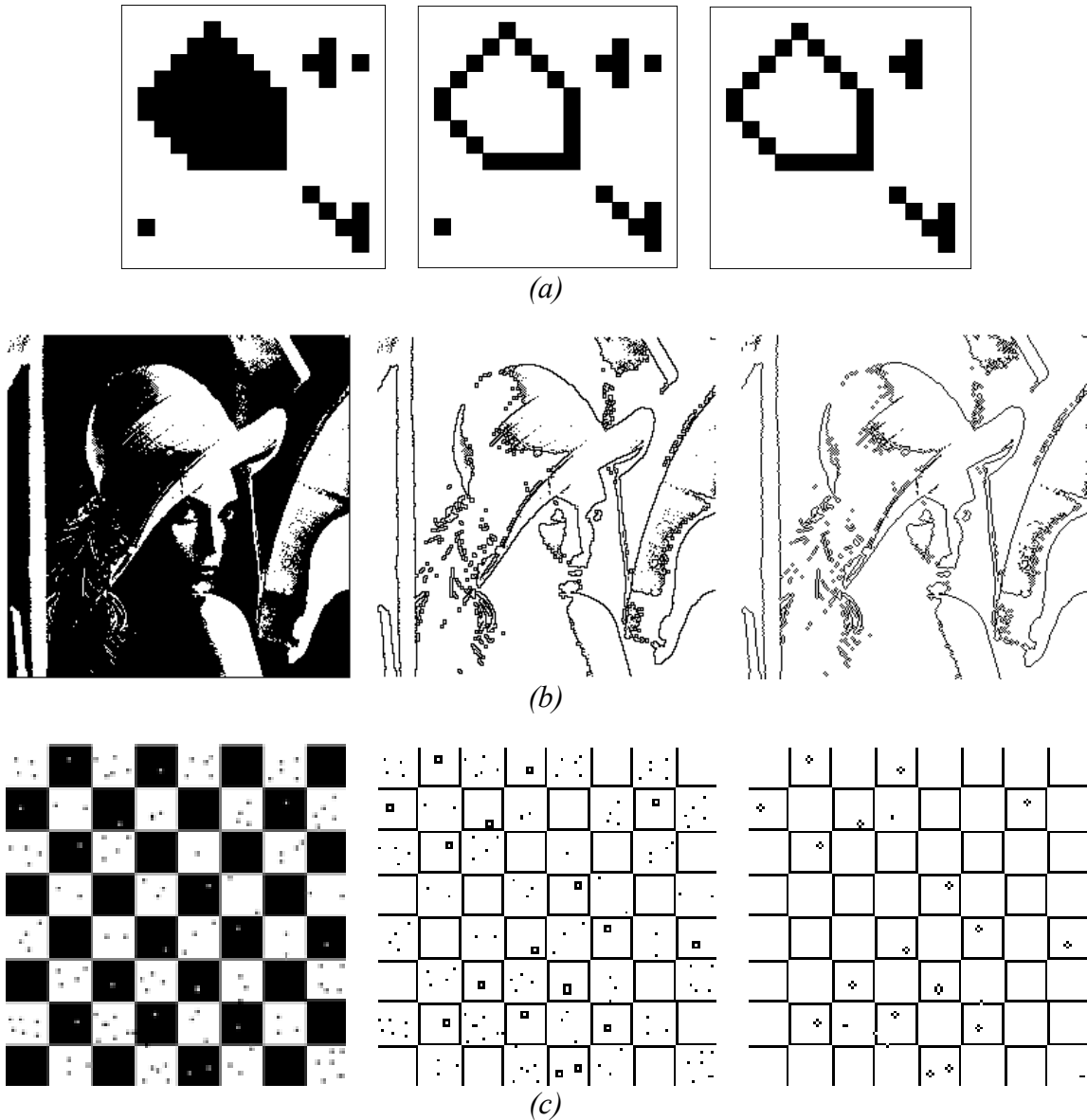
Algılayıcı öğrenme kuralı ile yukarıda tanımlanan problemi çözen ayırım yüzeyini bulmak üzere ayrık algılayıcının eğitimi çabaları başarısızlıkla sonuçlanmıştır. O halde eğitim kümesinin doğrusal ayrıştırılmayan olduğu sonucu çıkar. Zira Algılayıcı öğrenme kuralının yakınsaklık teoremine (Minsky ve Papert, 1990) göre eğer bir küme doğrusal olarak ayrıştırılabilir ise algoritma ayırım yüzeyini bulacaktır ve ayrıca Minsky ve Papert (1990)'in aynı eserinde belirtilen algılayıcı çevrim teoremine göre algılayıcı öğrenme kuralı böyle bir ayırım yüzeyinin varlığını test etmekte de kullanılabilir.

Ele alınan problem parça parça doğrusal ayrıştırılabilir bir sınıflandırma problemdir, çünkü doğrusal ayrıştırılmayan giriş vektörleri diğer giriş vektörlerinden doğrusal olarak ayrıştırılabilmektedir. Açıkça bu da algılayıcı öğrenme kuralı ile belirlenebilmektedir. Buradaki anahtar nokta doğrusal ayrıştırılmayan vektörlerdir ve bu vektörler algılayıcı öğrenme kuralını kullanan sezgisel (heuristic) bir yaklaşımla belirlenebilmektedir. (Roychowdhury vd., 1995). Doğrusal ayrıştırılmayan vektörler basitçe, algılayıcı öğrenme kuralının doğrusal ayrıştırılmayan durumlardaki bir kullanımı olan “pocket algorithm” (Muselli, 1997) kullanılarak ve en düşük çıkış hatasını veren durumda hatalı çıkış veren vektörler olarak işaretlenir.

Giriş uzayı 9-boyutlu olduğundan ele alınan problemin Şekil 2'deki gibi görsel bir gösterim imkanı bulunmamaktadır. Doğrusal ayrıştırılabilir ve doğrusal ayrıştırılmaz vektörler ancak hesaplama ve/veya eğitim yöntemiyle belirlenebilir. Yapılan inceleme sonucunda sadece bir doğrusal ayrıştırılmaz vektör olduğu bulunmuş olup bu da Şekil 3b'de gösterilmiştir.

Önerilen parça parça sabit eşik değerli algılayıcı, bulunan yukarıdaki parametrelerle çeşitli gö-

rüntülere uygulanmış ve normal algılayıcı ile elde edilen başarımla karşılaştırılmıştır. Sonuçlar Şekil 4'te görülebilir. Siyah/beyaz görüntüler için yukarıdaki manada ideal kenarları bulan bu geliştirilmiş algılayıcı, dikkat edilirse ayırık bulunan tek siyah noktaları kenar olarak işaretlememektedir. Burada siyah/beyaz Lenna görüntüsü 256 gri seviyeli Lenna görüntüsünden eşik işlemi ile elde edilmiştir ve istenirse bu da bir algılayıcı ile gerçekleştirilebilir. 3-aşamalı algoritma gri seviyeli görüntüler için de kullanılabilir.



Şekil 1. Soldaki görüntüler giriş, ortadakiler w_1 ağırlıklı ve θ_1 eşikli algılayıcı ile elde edilen ve sağdaki görüntüler ise önerilen değişken eşikli algılayıcı ile elde edilen çıkış görüntüleridir (a) 16x16 örnek bir ikili görüntü (b) 256x256 1-bit Lenna görüntüsü (c) 128x128 gri seviyeli satranç tahtası görüntüsü

Fakat, gri seviyeli görüntülerde ideal kenarın tam olarak tanımlanması oldukça zordur (belki de imkansızdır). Bu mümkün olsa bile, algılayıcının 256 gri seviyeli görüntülerde sadece 3x3 pencere için 256^9 eğitim çifti ile eğitilmesi gerekir. Diğer taraftan, kullanılagelen Canny gibi etkili kenar belirleme algoritmalarından birisi ile elde edilebilecek kenar görüntüsünün kullanılması da eğitim kümesi içersinde çelişkilere sebep olabilir. Bu şekilde kötü tanımlanmış bir problem, cebrik giriş-çıkış işlevi gerçekleyen hiç bir ağ tarafından öğrenilemeyecek çok değerli bir eşik fonksiyonu verir.

Sonuç

Doğrusal ayrıştırılmaz girişlerin sınıflandırılması için yeni bir algılayıcı yapısı olan değişken eşikli algılayıcı önerilmiştir. Bu yeni modelin ağırlıkları ve eşik değerleri algılayıcı öğrenme kuralına dayalı 3-aşamalı öğrenme algoritması ile belirlenebilir. Önerilen model, doğrusal ayrıştırılmayan giriş örneklerinin aynı sınıfa ait olduğu ve diğerlerinden doğrusal olarak ayrıştırılabildiği durumlar için, doğrusal ayrıştırılmayan giriş kümelerinin sınıflandırmasını başarmaktadır. Siyah/beyaz görüntülerde kenar belirlenmesi probleminin böyle bir problem olduğu belirlendikten sonra değişken eşik değerli algılayıcı bu problem için eğitilmiştir. Bilgisayar deneyleri önerilen algılayıcının kenar belirleme başarımının, geleneksel algılayıcının başarımına göre üstün olduğunu göstermiştir.

Önerilen algılayıcı yapısı, diğer bazı doğrusal ayrıştırılmayan ama parça parça doğrusal ayrıştırılabilen problemlere de uygulanabilir.

Kaynaklar

- Chua, L.O., Desoer, C.A. ve Kuh, E.S., (1987). *Linear and nonlinear circuits*, McGraw Hill, New York.
- Genç, İ. ve Güzeliş, C., (1998a). Threshold class cellular neural networks with input-dependent initial state, *Proceedings, 5th IEEE International Workshop on Cellular Neural Networks and Their Applications*, 130-135, London.
- Genç, İ. ve Güzeliş, C., (1998b). Girişe bağımlı eşikli ayrık algılayıcı, *Bildiriler, Sinyal İşleme ve Uygulamaları Kurultayı*, **1**, 36-41, Ankara.
- Güzeliş, C. ve Gökner, İ.C., (1991). A canonical representation for piecewise-affine maps and its applications to circuit analysis, *IEEE Transactions on Circuits Systems*, 1342-1354.
- Julián, P., Jordán, M. ve Desages, A., (1998). Canonical piecewise-linear approximation of smooth functions, *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I*, **45**, 567-571.
- Lin, J.N. ve Unbehauen, R., (1995). Canonical piecewise-linear networks, *IEEE Transactions on Neural Networks*, **6**, 43-50.
- McCulloch, W.S. ve Pitts, W., (1943). A logical calculus of ideas immanent in nervous activity, *Bulletin of Mathematical Biophysics*, **5**, 115-133.
- Minsky, M. ve Papert, S., (1990). *Perceptrons, an introduction to computational geometry*, 2nd Edition, MIT Press, Cambridge MA.
- Muselli, M., (1997). On convergence properties of pocket algorithm, *IEEE Transactions on Neural Networks*, **8**, 623-629.
- Rosenblatt, F., (1962). *Principles of neurodynamics*, Spartan Books, NY, USA.
- Roychowdhury, V.P., Siu, K.Y. ve Kailath, T., (1995). Classification of linearly nonseparable patterns by linear threshold elements, *IEEE Transactions on Neural Networks*, **6**, 2, 318-331.