

# Şekil değiştiren nesnelere fizik temelli modellenmesi ve yumuşak doku deformasyonları

Fırat DOĞAN\*, M. Serdar ÇELEBİ

İTÜ Bilişim Enstitüsü, Hesaplamalı Bilimler ve Mühendislik Programı, 34469, Ayazağa, İstanbul

## Özet

Bilgisayar destekli sanal ameliyat benzetimleri ve farklı alanlardaki uygulamaları, birçok parametrenin olası en doğru biçimde belirlendiği ve uygulandığı matematiksel modellerle mümkündür. Bu parametreler benzetimi yapılacak biyolojik yapıların geometrik sınırlarının, organ özelliklerinin, farklı kuvvetler altındaki davranışlarının ve en önemlisi dokuya ait malzeme parametrelerinin olası en doğru biçimde belirlenmesi ile elde edilir. Bu çalışma yumuşak dokuların doğrusal olmayan, viskoelastik davranışlarının matematiksel olarak modellenmesi ve önerilen bu modelin sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak sayısal olarak çözülmesine odaklanmıştır. Örnek organ olarak seçilen insan karaciğerine ait malzeme katsayıları, hastane ortamında canlı dokular üzerinde yapılan deney sonuçları kullanılarak doğrusal olmayan eniyileme yöntemi ile elde edilmiştir. Uygulanan genel yaklaşımlardan farklı olarak benzetim sonuçlarının çözümden önce yani modelleme aşamasında yapılan ön basitleştirmelerden etkilenmemesi ilkesi benimsenmiştir. Bu nedenle, modelleme aşamasında uygulanan ve gerçeklikten uzaklaşılması ile sonuçlanan geleneksel basitleştirme adımları uygulanmamış, bu yaklaşım yerine tam çözümü veren benzetim sonuçları üzerinde model indirgeme teknikleri uygulanmıştır. İlk aşama olarak yumuşak dokuların önemli özelliklerini içeren bir model önerilmiş, sonrasında oluşturulan bu model sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak analiz edilmiştir. Analiz sonrası elde edilen sonuçlar bir sonraki aşamada kullanılmak üzere saklanmıştır. İkinci adımda saklanan sonuçlar üzerinde Karhunen Loeve model indirgeme yöntemi kullanılarak, ilk adımda elde edilen sonuçlara yakın değerleri gerçek zamanlı sunabilen bir çözüm elde edilmiştir. Son adımda ise basitleştirilmemiş model ile indirgenmiş model sundukları hızlar ve sonuçların doğrulukları açısından karşılaştırılmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** Yumuşak dokular, sonlu elemanlar yöntemi, model indirgeme, viskoelastisite.

\*Yazışmaların yapılacağı yazar: Fırat DOĞAN. firat.dogan@be.itu.edu.tr; Tel: (216) 327 11 04.

Bu makale, birinci yazar tarafından İTÜ Bilişim Enstitüsü, Hesaplamalı Bilimler ve Mühendislik Programında tamamlanmış olan "Şekil değiştiren nesnelere fizik temelli modellenmesi ve yumuşak doku deformasyonları" adlı doktora tezinden hazırlanmıştır. Makale metni 22.06.2010 tarihinde dergiye ulaşmış, 06.09.2010 tarihinde basım kararı alınmıştır. Makale ile ilgili tartışmalar 31.08.2011 tarihine kadar dergiye gönderilmelidir.

Bu makaleye "Doğan, F., Çelebi, M S., (2011) 'Şekil değiştiren nesnelere fizik temelli modellenmesi ve yumuşak doku deformasyonları', İTÜ Dergisi/D Mühendislik, 10: 3, 83-92" şeklinde atıf yapabilirsiniz.

## Physically based deformable object modeling and soft tissue deformation

### Extended abstract

As indicated by The Institute of Medicine Report, 44,000 to 98,000 people die annually as a result of procedure mistakes in surgery. The main reason cited was the young surgeons' insufficient experience of new techniques before facing real-world surgical operations. With the use of virtual surgery, surgeons have the opportunity to test different critical surgical procedures in a low- cost, ethically sound environment. The virtual surgery simulators equipped with physically based modeling engines are outstanding candidates for the simulation of deformable human organs.

The real time soft tissue simulation has gained a great interest recently as a result of advancements in areas such as surgery planning and the surgical simulations. Linear deformation models may not provide the required accuracy in such areas whilst nonlinear models do not serve the real time needs. Therefore, there is a common need for a computationally simplified yet accurate, nonlinear, large deformable viscoelastic model of soft tissues to be used in these real time applications. Computer aided surgery and surgery simulation applications require accurate form and feature description as well as proper material and behavior descriptions of the biological tissues in a mathematically formulated model. This study focuses on mathematical formulation and numerical implementation of a nonlinear viscoelastic model of soft tissues using Finite Element Method (FEM). As an object, a human liver is selected in our study. The necessary material parameters are extracted from results of in vivo material tests on human liver using a nonlinear optimization method. Due to the technology limitations, today's physics based surgery simulators are forced to use different simplification methods to obtain satisfactory visual effects and response time in delivering an acceptable visual and haptic user experience. Thus, previous approaches to this problem involve techniques in the simplification of the mathematical models prior to obtain the necessary numerical solutions. The model simplification is necessary to achieve the required computational speeds however; these simplifications will inevitably result in reduced accuracy. Unlike the above mentioned approaches, our research is based on the opposite view that accuracy should not unduly influenced due to premature model simplifications prior to the analysis.

Therefore, simplification step that is applied in the modeling phase, resulting in inaccurate outcome, is displaced to be applied after the solution phase. This aims to limit the degradation of already calculated values. As the first step, a complete soft tissue model is created. Subsequently this model is analyzed using Finite Element Method (FEM) and the results are stored and are used as the input to the next stage. Then, the Karhunen-Loeve decomposition technique is used to simplify the previously obtained data resulting in the final simulated model. Simplification technique is necessary to achieve acceptable real-time update rates due to the computing power available. Finally, a complete (unsimplified) model is compared with the simplified model in terms of accuracy and speed. Since soft tissues undergo large deformations under applied load and required volume preservation behavior, the use of linear strain tensor is not suitable for the accurate modeling of the resulting large deformations involved. Limitation of using a linear strain tensor is overcome by the use of nonlinear Green strain tensor in our customized FEM code.

Standard material tests on human liver reveal the material nonlinearity relationship between applied forces and the resulting displacements. This nonlinear behavior is necessitated the use of hyperelastic strain energy density function in our FEM implementation. Viscoelastic behavior is also a predominant feature of soft tissues that must be included in any soft tissue deformation simulation. Therefore, the quasi-linear viscoelastic behavior of a human liver is added to our implementation to provide for this need. To implement time dependent viscoelastic behavior in improved the reduced order model, the surface nodes and its neighboring nodes are determined inside the Radius of Influence (ROI). Then, a constant unit force is applied to each of surface nodes for a period of 20 seconds. It is assumed that the creep response of the soft tissue lasts for 20 seconds due to the limitations of data storage and higher computational costs.

Our proposed model, when employed, results in a final constitutive equation that successfully produces accurate results while catering for the whole previously mentioned phenomenon namely; geometric and material nonlinearity, volume preservation, viscoelasticity.

**Keywords:** Real-time simulation; deformable models; model order reduction; nonlinear simulations; soft tissue; viscoelasticity.

## **Giriş**

Uluslararası medikal enstitüsünün 1998 yılında yayınladığı rapora göre her yıl 44.000 ile 98.000 arasında insan ameliyatları esnasında yapılan hatalar nedeni ile yaşamını yitirmektedir. Raporla genç yada deneyimsiz cerrahların yeterince el becerisi ve ameliyat deneyimi kazanmadan hastalar üzerinde gerçek ameliyatları gerçekleştirmeleri, bu ölümlerin ana sebebi olarak gösterilmektedir (Kohn vd., 2000). Deneyimsiz cerrahlar sanal ameliyat yazılımları ile mevcut yada yeni geliştirilecek ameliyat tekniklerini ucuz, kolay erişilebilir ve etik olarak uygun bir yöntemle öğrenebilirler. Bu anlamda sanal ameliyat yazılımlarından beklenen en temel özellik, organların yada daha genel bir tanımla insan vücudunun uygulanan kuvvetler altında şekil değiştirme benzetimlerini gerçek zamanlı olarak sunabilmeleridir. Literatürde farklı çözümler mevcut olmasına rağmen, fizik temelli yöntemleri kullanan sanal ameliyat benzetimi yazılımları başarılı örnekler olarak göze çarpmaktadır.

Fiziksel temelli modelleme, bilgisayar animasyonları, video oyunlar, yüz animasyonları, kumaş ve saç modelleme gibi uygulama alanlarında yoğun kullanımı bulunan tekniklerin başında gelmektedir. Modelleme ve çözüm yöntemleri incelendiğinde süreklilik mekaniği kullanan, sonlu elemanlar, yay-kütle, sonlu elemanlar ve sınır elemanlar yöntemlerini birleştiren karma yöntemler ve parçacık dinamiği yöntemleri sıklıkla başvurulan araçlar arasındadır. Fiziksel temelli yöntemleri kullanan araştırmalara genel bir bakış sunması ve farklı yöntemlerin karşılaştırılması olarak değerlendirildiği bir çalışma olması nedeniyle Nealen vd (2006) tarafından yapılan kaynak taraması değerli bir araştırmadır. Ayrıca yumuşak dokuların şekil değiştirme modellenmesi ve sanal ameliyat benzetimleri konusunda farklı çalışmalar bulmak mümkündür (Meier vd., 2005).

Sanal ameliyat benzetimi uygulamaları, ihtiyaç duyulan öğrenme ortamını sağlayabilmek için gerçek ameliyat şartlarının mümkün olan en yakın benzeri olmalıdır. Bu gerçeklik ise dokuların şekil değiştirme davranışının, sanal ameliyat araçlarının ve bunların dokularla etkileşiminin

en az hata ile sonuçlanacak biçimde modellenildiği, görselleştirmelerin ve benzetim cevabının gerçek zamanlı hesaplanabildiği benzetim yazılımları ile mümkün olabilir. Literatürde, araştırmacıların yumuşak dokuların şekil değiştirme davranışlarını modellemek amacıyla ile doğrusal ve doğrusal olmayan sonlu elemanlar yöntemlerini sanal ameliyat benzetimi uygulamalarında yoğun biçimde kullandıkları görülebilir. Malzeme özellikleri değişmeyen ve şekil değiştirmelerin küçük olduğu doku türlerinde, sistemin tüm özelliklerini tanımlayan sertlik matrisinin güncellenme ihtiyacı olmadığından, bu tip dokularda doğrusal sonlu elemanlar yöntemlerini kullanmak uygundur. Ancak yumuşak dokuların en belirgin özellikleri olan büyük şekil değiştirmeler ve doğrusal olmayan malzeme davranışları nedeniyle sistem sürekli değişen sertlik matrisine sahiptir. Benzetimler esnasında doğrusal olmayan bu davranışlardan kaynaklanan sertlik matrisinin her adımda güncelleme gereksinimi, sonlu elemanlar temelli sanal benzetim yazılımlarının gerçek zamanlı hesaplamalarda kullanılamamasının ana nedenidir. Doğrusal olmayan alışılmış sonlu elemanlar yöntemleri, sanal ameliyat benzetimlerinde ihtiyaç duyulan çözümleme hızlarına (saniyede 20 kare hesaplama ve görüntüleme) ulaşamamaktadır. Bu nedenle literatürde modelleme esnasında bir takım basitleştirmeler kullanan yöntemler mevcuttur. Bro-Nielsen ve Cotin (1996) uygulanan kuvvetler sonucunda insan bacağına meydana gelen büyük şekil değiştirmeleri, küçük gerilme tensörü ve doğrusal malzeme özellikleri kullanarak modellemiştir. Elde edilen denklem takımını, yüzey ve iç düğüm noktalarını birbirinden ayırarak daha küçük bir hale getirmişler, böylece sistem sertlik matrisini güncellemek için gerekli hesaplama yükünü azaltmışlardır. Kullandıkları teknik sadece doğrusal malzeme özellikleri için geçerlidir farklı özellikler gösteren malzemelere uygulanamamaktadır.

Zhong vd (2005) uygulanan kuvvetler altında, insan karaciğerinde görülen şekil değiştirmeleri gerçek zamanlı hesaplayabilmek için hiperelastik malzeme özelliklerini kullanan bir model önermişler, bilgisayarlı tomografiden elde ettikleri insan karaciğeri üzerinde biyopsi prosedürünü uygulayarak yöntemlerinin kullanılabilirli-

ğini sergilemişlerdir. Gerçek zamanlı çözüm elde edebilmek için yer değiştirmeler üzerinde interpolasyon tekniklerini uygulamışlardır. Vusovic ve diğerleri (2000) rahim ve yumurtalıklarda görülen şekil değiştirmeleri gerçek zamanlı modellemek için doku özelliklerinin homojen ve izotropik malzeme özellikleri gösterdiği varsayımını kabul etmişlerdir. Kim ve diğerleri (2007) çoklu-çözünürlük tekniğini kullanarak, şekil değiştirmeyi sadece sanal ameliyat aracının temas ettiği bölge etrafında sınırlandırmıştır. Modelin geri kalan kısmı daha kaba bir ağ yapısı ile modellenmiştir.

### **Materyal ve yöntem**

Giriş bölümünde özet olarak sunulan çalışmalardan görülebileceği üzere, fiziksel temelli modelleme alanında çalışan araştırmacılar insan organlarının şekil değiştirme davranışlarını modellemek üzere süreklilik mekaniği kullanan farklı yöntemler önermişlerdir. Bu çalışmalarda, gerçek zamanlı çözümlere ulaşabilmek için kurucu denklemlerin indirgenmiş formları ya da modelleme aşamasında bir takım basitleştirmeler uygulanmıştır. Modelleme aşamasında uygulanan basitleştirmeler klasik çalışmaların genelinde görülen bir çözüm yaklaşımıdır. Gerçek zamanlı çözümler elde etmek için uygulanan bu basitleştirmeler gerçeklikten uzak ve tam çözümlerle karşılaştırılmaları zordur. Daha önce yapılan benzer çalışmalardan farklı olarak, çalışmamızda modelleme aşamasındaki varsayım ve basitleştirmelerden kaynaklı hatalardan arındırılmış bir çözüm hedeflenmiştir. Bu nedenle yaklaşımımız şekil değiştirmenin gerçek zamanlı hesaplanmasını ilk hedef olarak belirlemek yerine, hesaplanacak değişimlerin en küçük hata ile elde edilebilmesi ilkesi üzerine kurulmuştur. Bu yolla yumuşak dokuların en belirgin özellikleri olan doğrusal olmayan malzeme davranışı, büyük şekil değiştirme ve viskoelastisite özellikleri üç boyutlu sonlu elemanlar temelli benzetim uygulamasında gerçekleştirilmiştir. Yapılan hesaplamalarda, insan karaciğeri için Fung (1993) tipinde kurucu denklemler kullanılmıştır. Modelde kullanılan malzeme katsayıları, canlı insan karaciğeri dokusu üzerinde hastane ortamında yapılan deneylerden elde

edilmiştir. Hiperelastik malzeme davranışı için beş parametrelili indirgenmiş gerilme enerji yoğunluğu denklemi kullanılmıştır.

Yukarıda anlatılan özellikleri destekleyen doğrusal olmayan sonlu elemanlar kodu, sistem matrisinin sürekli olarak güncellenmesine ihtiyaç duymaktadır. Bu durumda standart çözüm yöntemleri gerçek zamanlı çözümlerin elde edilmesi için gereken hızlara ulaşamamaktadır. Bu çalışmada gerçek zamanlı çözümleme hızlarını elde edebilmek için iki yeni hesaplama yöntemi önerilmiştir. İlk olarak yüksek kaliteli global temel fonksiyonlar ve sistemin durumunu karakterize eden önemli modları elde edilen sonuçlar içerisinde hesaplanmıştır. Farklı sistem sertlik matrisi kullanımından kaynaklı hataların incelenmesi ile (L2 normu) en küçük hatayı verecek sistem sertlik matrisi belirlenmiştir. Sonuç olarak gerçek zamanlı sonuçların belirli bir hata payı ile hesaplanabildiği, mevcut benzetimin daha düşük seviyeli bir gösterimi elde edilmiştir. Bu basamakta Karhunen-Loeve model indirgeme yönteminden faydalanılmıştır. İkinci adımda, her yüzey ve yakın komşuluğundaki düğüm noktalarının uygulanan birim kuvvet altındaki akma davranışı çevrimdışı olarak kayıt edilmiş, saklanan bu veriler, indirgenmiş modele viskoelastik davranışın eklenmesinde kullanılmıştır.

### **İnsan karaciğerinin doğrusal olmayan modeli**

Gerçek bir sanal cerrahi ortamı oluşturmak için tutarlı biyomekanik verilerin elde edilmesi, etkin hesaplama yöntemleri geliştirilmesi ve kabul edilebilir doğrulama protokollerinin bir bütünlüğü gereklidir (Delingette, 1998). Bu makalede yukarıdaki paragraflarda belirtilen ihtiyaçları sağlamak için, insan karaciğerinin doğrusal olmayan, viskoelastik ve büyük şekil değiştirme davranışını modelleyebilen üç boyutlu sonlu elemanlar benzetimi amaçlanmıştır. Bu amaçla oluşturulan açık kaynaklı sonlu elemanlar benzetiminde Fung tarafından önerilen sanki doğrusal (quasi-linear) viskoelastisite yaklaşımı uygulanmıştır.

Fung ve diğerleri (1972) germe fonksiyonunu zamana bağlı sönüm ve ani elastik cevap fonk-

siyonu olmak üzere iki parçalı olarak incelemiştir. Yumuşak dokuların büyük bir bölümünün kuvvet altındaki davranışı farklı gevşeme katsayıları ve uygun ani elastik cevap fonksiyonu seçilerek modellenabilir. Quasi lineer viskoelastite için gevşeme fonksiyonu aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$G(t, \varepsilon) = G_r(t) \sigma^e(\varepsilon) , G_r(0) = 1 \quad (1)$$

burada  $G_r$  indirgenmiş sönüm fonksiyonunu ve  $\sigma^e$  ise anlık elastik cevap fonksiyonu göstermektedir. Nesnede oluşan toplam germe elastik germe ile içsel değişkenlerden kaynaklanan germelerin toplamı ile aşağıdaki biçimde hesaplanabilir (Simo, 1998) :

$$S_{ij}(t) = \sigma^e S_{ij}(t) - \sum_{i=1}^N q_{ij} \quad (2)$$

Yukarıdaki verilen yapıda  $q_{ij}$  'ler akışkanların oluşturduğu gerilmeden kaynaklanan germe tensörünü göstermektedir. Toplam germe için verilen iki numaralı denklem konvülyasyon formunda yazılırsa:

$$S_{ij}(t) = G(t) \sigma^e S_{ij}(0) + \int G(t - \zeta) \frac{\partial^e S_{ij}(E_{ij}(\varepsilon))}{\partial \zeta} d\zeta \quad (3)$$

Burada  $G(t)$  indirgenmiş sönüm fonksiyonunu göstermektedir ve insan karaciğeri için aşağıdaki biçimde seçilmiştir:

$$G(t) = \gamma_\infty + \sum_{k=1}^N \gamma_k e^{(-t/\tau_k)} \quad (4)$$

İndirgenmiş sönüm fonksiyonunda  $\gamma_k$  'ler malzeme katsayılarını  $\tau_k$  'ler ise gevşeme katsayılarını göstermektedir. Anlık elastik cevap için gerilme enerji denklemi ise:

$$W = \sum_{i=1}^N C_{i0} (I_1 - 3)^i \quad (5)$$

formunda seçilmiştir. Burada  $I_1$  şekil değiştirme fonksiyonun varyantları ve  $C_{ij}$  'ler malzemeye

ait katsayılarıdır. Bu çalışmada insan karaciğeri sıkıştırılmaz olarak kabul edilmiştir. Sonlu elemanlar modeline ait sayısal integrasyon ve ayrıklaştırma detayları daha önce yayınlanmış olan çalışmamızda bulunabilir (Dogan ve Celebi, 2009).

Seçilen farklı gevşeme fonksiyonu yada elastik cevap fonksiyonları için doğru malzeme katsayılarının seçilmesi en önemli adımdır. Bu katsayılar hesaplanan sonuçların hassasiyetini doğrudan etkiler. Çalışmamızda kullandığımız hiperelelastik ve viskoelastik denklemler için kullanılan malzeme parametreleri in-vivo şartlarda insan karaciğeri üzerinde yapılan deney sonuçları kullanılarak elde edilmiş ve Tablo 1'de verilmiştir (Nava vd., 2008).

Tablo 1. İnsan karaciğeri için kullanılan malzeme katsayıları

Parametre	Hiperelastik katsayılar (kPa)	Viskoelastik katsayılar
$C_{10}$	0.8838	
$C_{20}$	1.7079	
$C_{30}$	1.4499	
$C_{40}$	2.6918	
$C_{50}$	1.7575	
$\gamma_1$		0.5054
$\gamma_2$		0.1485
$\tau_1$		0.5784
$\tau_2$		6.8863

### Model indirgeme yöntemi

Model indirgeme yöntemleri uygulandığı sistemlerin dinamik olarak değişen giriş-çıkış karakteristiğini korurken, sistem karmaşıklığını azaltmayı amaçlayan birçok farklı yöntemi içerir. Model indirgeme elektronik devrelerin makro ölçekte modellenmesi, hesaplamalı akışkanlar mekaniği, mekanikte yapısal problemlerin küçültülmesi, bilgisayar mühendisliğinde veri sıkıştırılması ve resim işleme, karmaşık biyolojik sistemlerin modellenmesi gibi alanlarda farklı uygulamalarda kullanılmıştır. Çalışmamızda Karhunen-Loeve olarak bilinen model indirgeme yöntemi uygulama basamakları özet olarak aşağıda sunulmuştur:

Adım 1: Sistemden belirli aralıklarda alınan örnekler kullanılarak Q olarak adlandırılan giriş matrisi oluşturulmuştur. Bu örnekler (düğüm noktalarındaki yer değiştirmeler) önerdiğimiz matematiksel modeli uyguladığımız üç boyutlu sonlu elemanlar kodu ile hesaplanmıştır.

Adım 2: Elde edilen örnekler kullanarak korelasyon matrisi aşağıdaki biçimde hesaplanır:

$$C = \frac{1}{N} QQ^T \quad (6)$$

yukarıda N alınan örnek sayısını göstermektedir.

Adım 3: Elde edilen korelasyon matrisinin öz değerleri ve karşılık gelen öz vektörleri hesaplanır.

Adım 4: Hesaplanan öz vektörler kullanılarak sistemin daha az karmaşık olan indirgenmiş bir modeli elde edilir.

Yukarıda özet olarak verilen algoritma alınan örneklerdeki düğüm sayısı boyutunda bir öz değer problemi ile sonuçlanır. Bu boyutta bir öz değer probleminin çözümü yoğun hesaplamalar ve buna bağlı olarak zaman alan işlemler gerektirir. Oluşan bu hesaplama yoğunluğu “anlık örnekleme” yöntemi kullanılarak giderilmiştir. Anlık örnekleme yöntemi basitleştirilmemiş sistemin indirgenmesinde yaşanan bu hesaplama yükünün azaltılması için kullanılmıştır (Niroomandi vd., 2008). Temel olarak aşağıda verilen fonksiyon en büyük yapılarak sisteme ait önemli davranışlar elde edilebilir:

$$\alpha = \max \left( \frac{\sum_{j=1}^M \left[ \sum_{i=1}^N \theta(\mathbf{x}_i) U^j(\mathbf{x}_i) \right]^2}{\sum_{i=1}^N (\theta(\mathbf{x}_i))^2} \right) \quad (7)$$

yukarıdaki fonksiyonda  $\theta(\mathbf{x}_i)$  bulunması amaçlanan karakteristik yapıyı,  $U^j(\mathbf{x}_i)$  düğüm noktalarındaki yer değiştirmelerin ayrık halini M ise karmaşık sistemden seçilen örneklerin sayısını

gösterir. Yedi numaralı fonksiyonu en büyük hale getirecek durumdan faydalanılarak:

$$c_{ij} = \mathbf{Q} \mathbf{Q}^T \quad (8)$$

ile ifade edilen korelasyon matrisi elde edilir. Q lar yer değiştirmelerin ayrık haldeki gösterimidir ve matris formunda:

$$Q = \begin{bmatrix} U_1^1 & U_1^2 & \dots & U_1^M \\ U_2^1 & U_2^2 & \dots & U_2^M \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ U_K^1 & U_K^2 & \dots & U_K^M \end{bmatrix} \quad (9)$$

ile gösterilirler. Bu durumda sistemin karakteristik davranışı:

$$\mathbf{c}\theta = \alpha\theta \quad (10)$$

İle verilen öz değer probleminin çözümüyle elde edilir.  $\theta$  karmaşık sistemin seçilen tüm örneklerini içeren matristir. Sistemin tamamı aşağıda verilen matris formunda gösterilebilir:

$$B = \begin{bmatrix} \theta_1(x_1) & \theta_2(x_1) & \dots & \theta_n(x_1) \\ \theta_1(x_2) & \theta_2(x_2) & \dots & \theta_n(x_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \theta_1(x_K) & \theta_2(x_K) & \dots & \theta_n(x_K) \end{bmatrix} \quad (11)$$

Deformasyon benzetiminin indirgenmiş sonuçlarına, aşağıda genel formu verilen problemin çözümünden faydalanılarak ulaşılır:

$$\mathbf{K} \mathbf{U}^t = \mathbf{f}^{t-1} \quad (12)$$

$\mathbf{K}$  şekil değiştirme hesaplarında kullanılan başlangıç sertlik matrisi,  $\mathbf{f}$  ise dokuya uygulanan kuvvetlerdir. Bilinmeyen yer değiştirme vektörü sistemden elde edilen her örneğin yeni bazlar üzerine aşağıdaki biçimde projeksiyonu ile elde edilir:

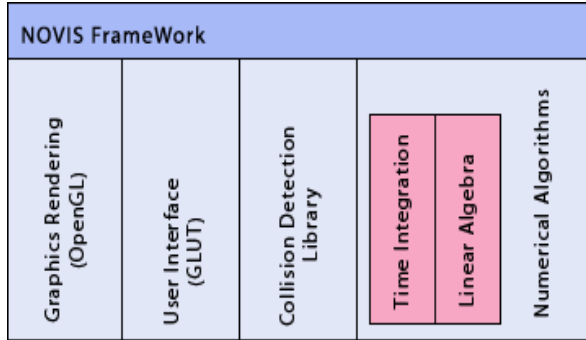
$$\mathbf{U}^t = \sum_{i=1}^K \xi_i^t \theta_i = \mathbf{B} \boldsymbol{\xi}^t \quad (13)$$

Burada  $\xi$  ler öz değer probleminin çözümünden elde edilen yeni baz vektörleridir. Tüm sistemin çözümüne ise hesaplanan bu baz vektörlerinin  $\mathbf{B}$  ye göre çözümü ile ulaşılır.

$$\mathbf{B}^T \mathbf{K} \mathbf{B} \xi^t = \mathbf{B}^T \mathbf{f}^{t-1} \quad (14)$$

### Benzetim uygulaması

Çalışmada kullanılan yöntem nesne temelli olarak tasarlanan bir benzetim uygulamasında birleştirilmiştir. Nesne temelli yaklaşım sistemin herhangi bir parçasının kolaylıkla değiştirilebilir olmasına imkân sağlar. Örneğin çözüm aşamasında kullanılan araçlar daha hızlı sonuçlar üretebilmesi için multigrad çözücüler ile kolaylıkla değiştirilebilir. Benzetim uygulaması OpenGL kullanan görselleştirme aracı, Glut kullanan kullanıcı etkileşim ekranları, integrasyon ve nümerik çözüm yöntemleri içeren açık kaynak kodlu kütüphanelerden oluşmaktadır. Sistemi oluşturan ana blokların gösterimi Şekil 1 de verilmiştir. Benzetim uygulaması kullanılan denklem çözme yönteminin değiştirilebilir, zaman integratorü ilerleme adımlarının ihtiyaca göre uyarlanabilmesi avantajları ile gereken esnekliği sağlar.

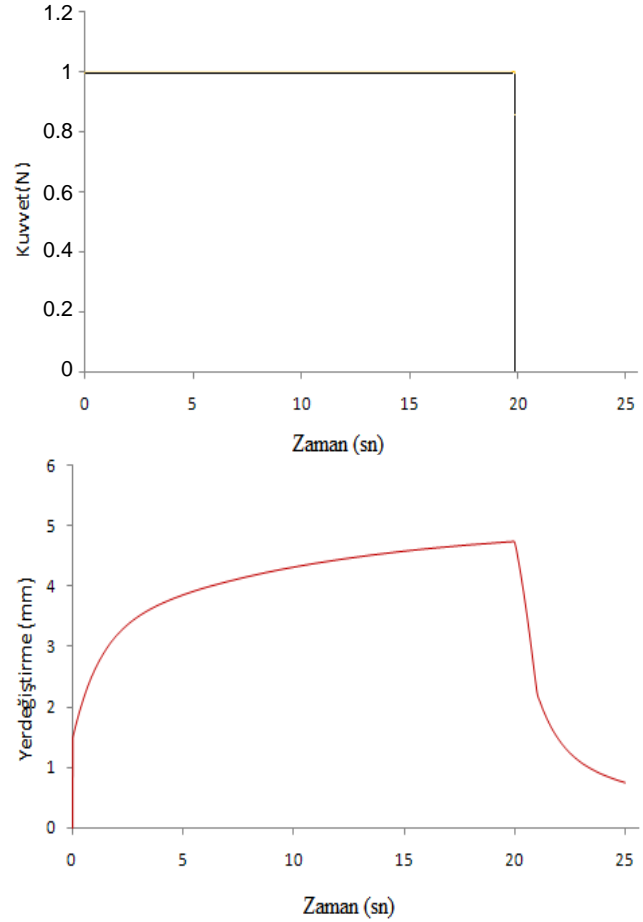


Şekil 1. Benzetim uygulaması blok diyagramı

### Sonuçlar

Modelde kullanılan insan karaciğerinin geometrik bilgisi CT görüntülerinden elde edilmiş daha sonra bu geometri üzerinde yüzey ağı oluşturulmuştur. Bu yüzey ağı ise hesaplamalar için hacimsel tetrahedral elemanlara dönüştürülmüştür. Sistemin şekil değiştirme davranışını belirleyen düğümlerdeki yer değiştirmeler, önerilen modelin sonlu elemanlar çözümünden elde

edilmiştir. Seçilen düğüme uygulanan kuvvet ve hesaplanan yer değiştirme Şekil 2' de görülebilir.

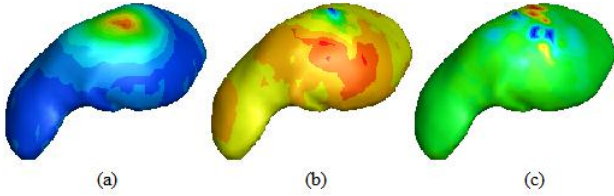


Şekil 2. Birim kuvvet altında insan karaciğerinin kayma davranışı

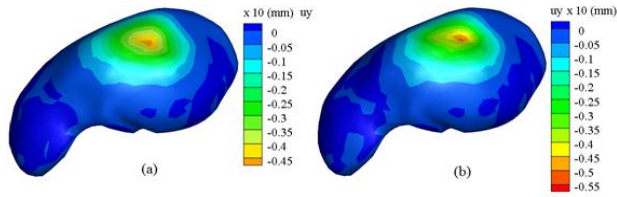
Bu bilgi model indirgeme adımında kullanılmak üzere binary formatında saklanmıştır. Denemelerde uç noktaları tüm yönlerde sabitlenmiş karaciğere 20 saniyeliğine sabit kuvvet uygulanmış ve bu kuvvete bağlı olarak oluşan yer değiştirmeler izlenmiştir. Tüm karaciğer 4055 düğüm ve 9126 tetra elemandan oluşan bir yapıda ayrıştırılmıştır. Düğümlerde görülen yer değiştirmeler kullanılarak, sisteme ait sekiz öz değer hesaplanmış bunlardan en önemli üç tanesi Şekil 3'de verilmiştir. Elde edilen öz değerler incelendiğinde, karaciğere uygulanan sabit kuvvet altındaki yer değiştirmeler en büyük öz kullanılarak en küçük hata ile hesaplanmaktadır.

İndirgenmemiş model ve basitleştirilmiş model kullanılarak hesaplanan yer değiştirmeler Şekil 4'de sunulmuştur.

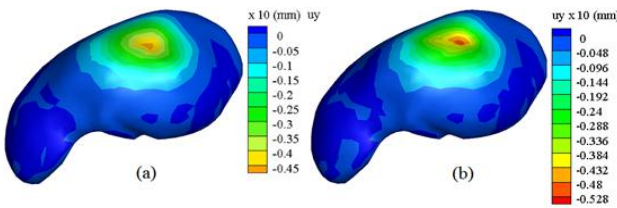
Bu değerlerin tamamı başlangıç sertlik matrisi kullanılarak hesaplanmıştır. Hesaplamalar sonucunda gerçek model ile basitleştirilmiş model arasında yaklaşık %22'lik bir hata payı vardır. Bu nedenle daha az hata üreten bir sertlik matrisinin seçimi büyük önem taşımaktadır. Çalışmada her hesaplama adımında yeniden hesaplanan sertlik matrislerinin seçiminden kaynaklanan hataların analizi yapılmıştır. Bu iyileştirme adımı sonrasında gerçek model ile indirgenmiş model arasında en küçük hatayı verecek sertlik matrisi elde edilmiştir. Bulunan bu sertlik matrisi kullanılarak elde edilen model ile gerçek modelin şekil değiştirme karşılaştırılması Şekil 5 de görülebilir.



Şekil 3. İndirgenmiş model için seçilen örnek öz değerler (a)  $8 \times 10^3$  (b) 352 (c) 0.21



Şekil 4. Gerçek model (a) ve indirgenmiş model (b) için yer değiştirmeler



Şekil 5. Gerçek model (a) ve geliştirilmiş indirgenmiş model (b) için yer değiştirmeler

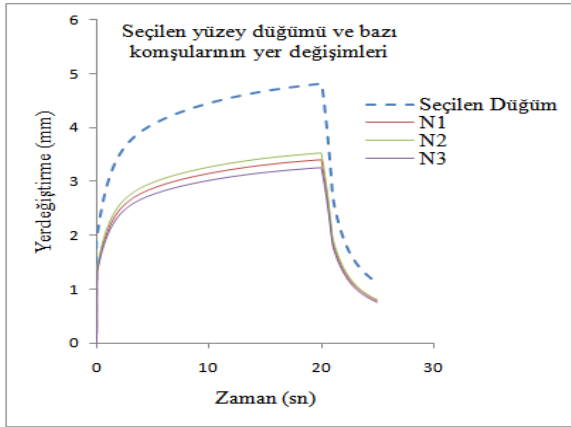
Sabit kuvvet altında, basitleştirilmemiş modelin yer değiştirmesi 4.5 mm olmasına karşın, iyileştirilmiş indirgenmiş modelde bu yer değiştirme 5.28 mm olarak hesaplanmıştır. L2 normunda hesaplanan hata, bu durumda %17 seviyesine düşmektedir. Daha doğru seçilen sertlik matrisi

sayesinde mevcut yapıda %5 lik bir iyileştirme elde edilmiştir. Lim ve De tarafından yapılan çalışmada doğrusal malzeme kullanılarak hesaplanan şekil değiştirmelerdeki yaklaşık %30 luk hesaplama hataları ile karşılaştırıldığında, yöntemin etkinliği daha net anlaşılabilir (Lim ve De, 2007). Yukarıda kullanılan Karhunen-Loeve tekniği hiperelastik malzeme özellikleri içeren model üzerinde çalıştırılmıştır. İndirgenmiş model sonlu elemanlar metodu ile hesaplanan ve belirli zaman dilimleri için alınan örneklerden hesaplanmıştır ve dokunun zamana bağlı viskoelastik davranışını içermez. Bu nedenle viskoelastik davranışı modele ekleyebilmek için gerçek model üzerinde sanal kayma deneyleri yapılmıştır. Bu amaçla yüzey düğümleri ve belirli sınırlar içerisinde kalan komşularının sabit birim kuvvet altındaki kayma davranışı 20 saniyelik kayıt edilmiştir. Gerekli disk kapasitesini ve hesaplamaları azaltmak için yumuşak dokuların kayma davranışlarının en fazla 20 saniye sürdüğü varsayılmıştır. Seçilen yüzey düğümü ve komşu düğümler için hesaplanan yer değiştirmeler Şekil 6'da görülebilir. Hesaplamalar sırasında, birim kuvvete bağlı olarak elde edilen bu yer değiştirmeler indirgenmiş modeldeki viskoelastik davranışın modellenmesinde çarpanlar olarak kullanılmıştır. Şekil 6'daki gösterimde N kuvvetin uygulandığı düğümü, N1, N2 ve N3 ise kuvvet uygulanan düğüm etrafındaki komşu düğümleri göstermektedir. Benzetim uygulaması için girdi olarak rastgele farklı kuvvetler uygulanacağı düşünüldüğünde, hiperelastik malzemeler için yer değiştirmelerin doğrusal olarak hesaplanmasından kaynaklanacak hatalar büyük olacaktır. Bu nedenle rastgele uygulanan bir kuvvet nedeniyle oluşan yer değiştirmeler, öncelikle Karhunen-Loeve yöntemi ile hesaplanmış, daha sonra elde edilen bu yer değiştirmeler, birim kuvvet için bulunan kayma davranışı için zamana bağlı olarak ölçeklenmiştir. Bu ölçeklendirme işleminin sonucunda, insan karaciğeri için hassas ve zamana bağlı etkileri içeren sonuçlar elde edilmiştir.

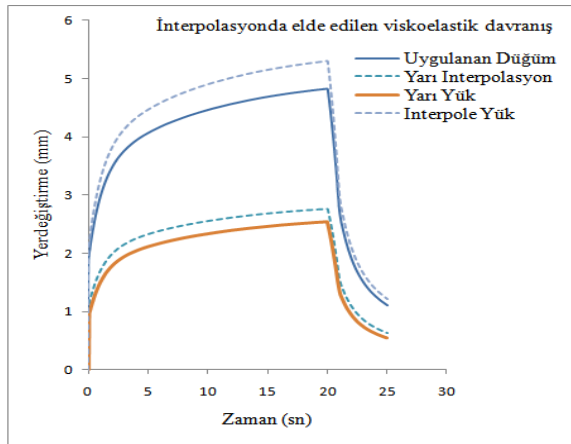
Uygulanan farklı kuvvetler sonucu elde edilen yer değiştirmeler Şekil 7 de verilmiştir. Birim kuvvet için 5.28 mm olan yer değiştirme, kuvvet yarıya indirildiğinde eğer doğrusal bir çarpan kullanılırsa yaklaşık olarak 2.7mm lik bir yer değiştirme oluşmalıdır. Ancak Şekil 7 incelen-



diğinde bu durumdaki yer değiştirmenin 2.25 mm olarak hesaplandığı dolayısı ile gerçek yer değiştirme olan 2.1 mm ye daha yakın olduğu görülmektedir. İyileştirilmiş ve viskoelastik etkiler eklenmiş modelin hatası tüm benzetim zamanı boyunca tekrarlanmaktadır. Fakat kullanılan bu karma yöntemle hesaplama anlamında kazanılanlar açıktır. Tüm sistemin çözümü için her zaman adımında 12165 x 12165 lik bir matris tersi yerine 8 x 8 lik bir matris tersini hesaplamak yeterlidir. Başlangıç için geliştirdiğimiz deneme kodumuzda karma çözüm yaklaşımının haptik güncelleme zamanını destekleyecek 500 Hz hızda çalıştığı görülmüştür. Mevcut test uygulaması paralelleştirmenin kullanılmadığı 3 Ghz hızında 4 işlemcili ve 24 GB hafızaya sahip bilgisayar üzerinde geliştirilmiştir. Bu test çalışmasında gerçek zamanlı görselleştirme, kesme ve kontak özellikleri uygulanmamıştır.



Şekil 6. Seçilen yüzey düğümü ve bazı komşularının yer değişimleri



Şekil 7. Farklı iki yükleme için seçilen düğüm noktasının yer değişim eğrisi

## Özet ve iyileştirmeler

Bu çalışmadan insan karaciğerinin uygulanan farklı kuvvetler altında doğrusal olmayan viskoelastik davranışı modellenmiştir. Hiperelastik davranış için gerilme enerji fonksiyonunun indirgenmiş formu kullanılmış gereken malzeme sabitleri insan karaciğeri üzerinde yapılan deney sonuçları kullanılarak elde edilmiştir. Çalışmamızda Fung tipinde viskoelastik yaklaşım kullanılmış elde edilen sonuçlar doğrusal yaklaşım ile karşılaştırılarak önerilen modelin avantajları ortaya konulmuştur. Gerçek zamanlı şekil değiştirmelerin hesaplanması için Karhunen-Loeve model indirgeme yöntemi kullanılarak 20 Hz görsel 400-1000 Hz haptik güncelleme hızlarına ulaşılmıştır. Sonuç model daha önce çevrimdışı olarak hesaplanan kayma cevabı ile türetilen çarpanlar kullanılarak modelin viskoelastik cevabı gerçek zamanlı olarak hesaplanabilmiştir. Farklı sertlik matrislerinin seçiminden kaynaklanan hatalar incelenmiş bu matrislerden en küçük hatayı oluşturan matris sistemin sertlik matrisi olarak seçilmiştir. Sonraki çalışmamızda gerilme enerji fonksiyonu için deney sonuçlarına bağlı olarak özellikli üstel formda enerji denklemi önerilmesi ayrıca çevrimdışı olarak hesaplanacak gevşeme davranışlarının da modele eklenmesi planlanmaktadır.

## Kaynaklar

- Bro-Nielsen, M. ve Cotin, S., (1996). Real-time volumetric deformable models for surgery simulation using finite elements and condensation, *The Computer Graphics Forum*, 57-66, Germany.
- Delingette, H., (1998). Toward realistic soft-tissue modeling in medical simulation, *Ieee: Special Issue on Surgery Simulation*, **86**, 3, 512-523.
- Dogan, F., ve Celebi, S. M., (2009). Nonlinear Viscoelastic Deformation of Soft Tissues, *The 15th International Biomedical Science and Technology*, 100-104, Cyprus.
- Fung, Y. C., (1993). *Biomechanics: Mechanical Properties of Living Tissues*, Springer, California.
- Fung, Y. C., Perrone, N. ve Anliker, M., (1972). *Stress strain history relations of soft tissues in simple elongation*, *Biomechanics: Its Foundations and Objectives*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Kim, J., Choi, C., De, S. ve Srinivasan, M. A., (2007). Virtual surgery simulation for medical

- training using multi-resolution organ models, *International Journal of Medical Robotics and Computer Assisted Surgery*, **3**, 2, 149-158.
- Kohn, L. T., Corrigan, J. M., ve Donaldson, M. S., (2000). *To err is Human : Building a safer health system*, National Academy Press, Washington.
- Lim, Y. J., ve De, S., (2007). Real time simulation of nonlinear tissue response in virtual surgery using the point collocation-based method of finite spheres, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **196**-32, 3011-3024.
- Meier, U., Lopez, O., Monserrat, C., Juan, M. C. ve Alcaniz, M., (2005). Real-time deformable models for surgery simulation: a survey. *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, **77**, 3, 183-197.
- Nava, A., Mazza, E., Furrer, M., Villiger, P. ve Reinhart, W. H., (2008). In vivo mechanical characterization of human liver, *Medical Image Analysis*, **12**, 2, 203-216.
- Nealen, A., Muller, M., Keiser, R., Boxerman, E. ve Carlson, M., (2006). Physically based deformable models in computer graphics, *Computer Graphics Forum*, **25**, 4, 809-836.
- Niroomandi, S., Alfaro, I., Cueto, E. ve Chinesta, F., (2008). Real-time deformable models of nonlinear tissues by model reduction techniques, *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, **91**, 3, 223-231.
- Simo, J. C. ve Hughes, T.J., (1998). *Computational Inelasticity*, Springer, Germany.
- Vuskovic, V., Kauer, M., Szekely, G. ve Reidy, M., (2000). Realistic Force Feedback for Virtual Reality Based Diagnostic Surgery Simulators, *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1014-1026, Newyork.
- Zhong, H., Wachowiak, M. P. ve Peters, T. M., (2005). A real time finite element based tissue simulation method incorporating nonlinear elastic behavior. *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*, **8**, 3, 177 - 189.